PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 12 — 15. Juni 1930 — Redaktionsschluß für Nr. 14 am 1. Juli 1930. — 31. Jahrgang

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. Stierstadt, Die Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit ferromagnetischer Stoffe in longitudinalen Magnetfeldern. S. 561.

W. Meißner u. H. Scheffers, Elektrischer Widerstand von Gold in magnetischen Feldern bei tiefen Temperaturen. (2. Mitteilung.) S. 574.

A. Piekara, Über den allgemeinen Charakter und die Gestalt der Formel für die Dielektrizitätskonstante unhomogener Mischungen. S. 579.

M. Orlowa, G. Hodalewitsch und N. Ljamin, Über die Schwankungen der Ionisation der Bodengase in Sibirien im Laufe des Jahres. S. 585.

H. Verleger, Thomsoneffekt in Metallkristallen. S. 590.

A. Schükarew u. L. Wereschthagin, Über die Änderung der elektromotorischen Kraft des Zinks unter der Einwirkung des Lichtes. S. 590.

Besprechungen:

H. Steuding, Messung mechanischer Schwingungen. S. 591.

Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie. 8. Aufl. Systemnummer 59: Eisen, Teil B, Lieferung 1 und 2 und Teil A, Lieferung 2. S. 591.

Cl. Schaefer, Einführung in die theoretische Physik. 2. Bd., 2. Aufl. S. 592.

I. B. Hoag, Electron Physics. S. 592.

Tagesereignisse. S. 592.

Personalien. S. 592.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit ferromagnetischer Stoffe in longitudinalen Magnetfeldern.

Von O. Stierstadt, Göttingen.

I. Einleitung.

Es ist eine eigenartige Tatsache, daß die Stoffe mit guter magnetischer Leitfähigkeit, also die ferromagnetischen Substanzen, sämtlich auch eine gute elektrische Leitfähigkeit besitzen. Es ist daher sehr wahrscheinlich, daß irgendwelche grundsätzlichen Zusammenhänge zwischen dem Mechanismus der Elektrizitätsleitung in Metallen und dem Ferromagnetismus bestehen werden und daß der letztere durch die Statistik der freien Elektronen mitbestimmt sein muß. Erinnert sei dabei an die neuen Theorien des Ferromagnetismus von J. Frenkel (1) und W. Heisenberg (2).

In der Tat ist es nun im vergangenen Jahre Dorfmann (3) und seinen Mitarbeitern gelungen, experimentell nachzuweisen, und zwar durch thermodynamische Messungen am Curiepunkt des Nickels, daß die positiven Metallionen bei ferromagnetischen Prozessen keine merkliche Rolle spielen, sondern daß der Sitz des Elementarmagneten im Leitungselektron zu suchen ist. Der „Elektronenspin" selbst ist dieser Elementarmagnet.

Wenn wir also einen stromdurchflossenen Ferromagneten in ein Magnetfeld bringen, so ist hier durchaus der Fall möglich, daß die freien Elektronen sowohl den elektrischen Leitungsvorgang im Metall übernehmen müssen als auch den Prozeß der Magnetisierung. Es ist daher äußerst interessant zu untersuchen, welche Änderungen das Material unter diesen Umständen an seinem elektrischen Leitvermögen oder an seinen magnetischen Eigenschaften erfährt.

W. Thomson (4) war der erste, welcher um die Mitte des vorigen Jahrhunderts entdeckte, daß der Widerstand von Eisen und Nickel bei longitudinaler Magnetisierung zunimmt. Wegen der ganz unmittelbaren Beziehung, in der diese Entdeckung zu den Grundlagen der Elektronentheorie der metallischen Leitung steht, ist es verständlich, daß in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts eine Reihe von Forschern sich um die experimentelle und theoretische Erklärung dieser Erscheinungen bemühte und dabei noch eine Anzahl weiterer Eigentümlichkeiten fand, die heute unter dem gemeinsamen Namen der galvanomagnetischen und thermomagnetischen Erscheinungen zusammengefaßt werden. Der bekannteste unter ihnen ist der Halleffekt.

Obwohl die Literatur über diese Erscheinungen die Zahl von 1000 Abhandlungen bereits überschritten hat, ist doch bis heute weder experimentelle Sicherheit noch eine theoretische Erklärung erreicht worden. Erst in allerletzter Zeit scheint einige Klarheit über die Widerstandsänderungen nichtferromagnetischer Stoffe und deren allgemeine Gesetzmäßigkeiten gewonnen zu sein (s. die Messungen von Kapitza (5) und von Meißner und Scheffers (6)).

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es nun, die Widerstandsänderung ferromagnetischer Stoffe im Magnetfeld genau zu untersuchen. Zwar liegen auch hierüber schon viele Messungen vor. Leider ist aber fast das gesamte Material deshalb

zu einer Klärung der Erscheinungen nicht geeignet, weil die Widerstandsänderungen meist als Funktion der Feldstärke des äußeren magnetischen Feldes und nicht als Funktion der Magnetisierung dargestellt sind. Darauf weist vor allem W. Gerlach in seinem Handbuchartikel hin (Geiger und Scheel, Bd. XIII). Es ist wohl keine Frage, daß die Magnetisierung und nicht das äußere magnetische Feld die widerstandsbestimmende Größe ist. Mit der vorliegenden Arbeit ist nun ein Versuch gemacht worden, die Widerstandsänderung ferromagnetischer Stoffe in Abhängigkeit von der Magnetisierung darzustellen, und zwar über den ganzen Bereich der Hysteresisschleife. Ferner sollte die von F. Vilbig (7) und anderen bei kleinen Feldstärken beobachtete Vorzeichenumkehr des Effektes, die unwahrscheinlich erschien, geklärt werden.

Die untersuchten Materialien, Eisen und Nickel (Kobalt war leider in Drahtform nicht zu beschaffen), wurden in Drahtform im longitudinalen Magnetfeld bis zu Feldstärken von $\mathfrak{H} =$ ca. 250 Gauß untersucht. Durch eine gut ausgearbeitete Meßapparatur, die insbesondere alle Fehlerquellen auszuschalten gestattete, konnten Hysteresiskurven der relativen Widerstandsänderung $\frac{dw}{w_0}$ ($w_0 =$ Widerstand des entmagnetisierten Drahtes im Felde $\mathfrak{H} = 0$) in Abhängigkeit von der Feldstärke $\mathfrak{H}$ sehr genau aufgenommen werden. Es zeigte sich, im Gegensatz zu den Messungen von F. Vilbig, keine Vorzeichenumkehr des Effektes, d. h. es trat kein Sinken des Widerstandes unter den Anfangswert w_0 auf. Eine weitere Messung ermittelte die Magnetisierungskurve des Versuchsmaterials, $\mathfrak{B} = f(\mathfrak{H})$, so daß eine Darstellung der relativen Widerstandsänderung $\frac{dw}{w_0}$ in Abhängigkeit von $\mathfrak{B}$ bzw. von der Magnetisierung J gelang. Hierbei zeigte sich eine geringe Hysteresis für zunehmende und abnehmende Intensität der Magnetisierung.

Im folgenden soll nun näher auf diese Messungen eingegangen werden.

II. Die Meßanordnung.

1. Die Anordnung zur Messung der Widerstandsänderung.

Die zu prüfenden Metalle sollten in einem longitudinalen Magnetfeld untersucht werden, Strom- und Feldrichtung sollten also zueinander parallel verlaufen. Die Drähte wurden mit Rücksicht auf verschiedene Fehlerquellen (siehe dort II, 3) nicht zu kurz gewählt, meistens in einer Länge von etwa 50 cm. Die erste Aufgabe war also ein über diese Länge konstantes Magnetfeld herzustellen. Ein solches lieferte eine 80 cm lange Magnetisierungsspule von 6500 Windungen, mit einer lichten Weite von 1 cm und einem Außendurchmesser von 4 cm. Das mittlere Feld einer solchen Spule ist homogen, sofern man in einer solchen Entfernung a vom Ende bleibt, daß $\frac{r^2}{a^2}$, wo r den Spulenhalbmesser bedeutet, klein ist gegen 1, also etwa $= \frac{1}{10}$. Es muß demnach sein:

$$\frac{r^2}{a^2} \leqq \frac{1}{10}, \tag{1}$$

$$a \geqq r\sqrt{10} \sim 3{,}2 \cdot r. \tag{2}$$

Für unseren Fall würde sich also ein Abstand vom Spulenende von etwa

$$a = 6 \text{ bis } 7 \text{ cm}$$

ergeben, der auch stets zum mindesten innegehalten wurde, meistens aber größer war. Die Bedingung der Homogenität des Feldes war also immer streng erfüllt.

Die zu messenden Widerstandsänderungen liegen im Mittel bei einer Größenordnung von 1 Promille. Es ist also zu genauen Messungen eine sehr empfindliche Methode notwendig. Nach

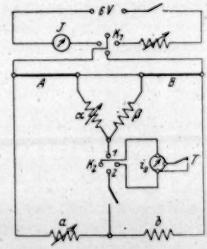

Fig. 1.

einigen orientierenden Vorversuchen erwies sich die sog. Thomsonsche Doppelbrücke als die geeigneteste Anordnung für diese Messungen.

Den Aufbau der Thomsonschen Doppelbrückenanordnung zeigt Fig. 1. Der Meßstrom J konnte mit Hilfe eines Stromwenders K_1 kommutiert werden, um zu untersuchen, ob die Richtung dieses Hilfsstromes von Einfluß sei auf die Widerstandsänderung des Drahtes A im Magnetfeld.

Der Widerstand B war ein Präzisionswiderstand von 1 Normalohm. Ferner war bei allen Messungen $b = \beta$ unveränderlich gleich 100 Ohm (Stöpselrheostaten). Die Stöpselrheostaten a und α waren ebenfalls bei allen Messungen einander gleich. Sie wurden zu Beginn einer jeden Meßreihe, nachdem der Probedraht A im abnehmenden Wechselfeld entmagnetisiert worden war, so einreguliert, daß für $a = \alpha$ die Brücke abgeglichen war, d. h. $i_0 = 0$ war. Dann ergab sich der Anfangswiderstand A_0 der Probe A nach

Gleichung (6) in der einfachen Form:

$$A_0 = \frac{a}{100} = \frac{a}{100}\ \text{Ohm}. \qquad (3)$$

Mit K_2 konnte die Ausschlagsrichtung des Spiegelgalvanometers i_0 umgekehrt werden, um hier etwaige Unsymmetrien auszuschalten.

Die Stromstärke i_0 im Galvanometerkreis ergibt sich nach den Kirchhoffschen Sätzen in erster Annäherung zu:

$$i_0 = J \cdot \frac{A\,b - a\,B}{\left(g + \frac{a\,\beta}{a+\beta}\right)(A + a + B + b) + (A + a)(B + b)} \qquad (4)$$

(g = Galvanometerwiderstand).

Daraus ergibt sich der unbekannte Widerstand A zu:

$$A = \frac{J\,B\,a + i_0\left[(B + a + b)\left(g + \frac{a\,\beta}{a+\beta}\right) + (B + b)\,a\right]}{J\,b - i_0\left[g + \frac{a\,\beta}{a+\beta} + B + b\right]} \qquad (5)$$

Bei Abgleichung der Brücke ($i_0 = 0$) ist also:

$$A_0 = \frac{B \cdot a}{b}, \qquad (6)$$

d. h. unabhängig vom Meßstrom J. Schreiben wir die Gleichung (5) für A, in der i_0 die bei einer Änderung von A zu beobachtende Variable ist, in der ohne weiteres verständlichen Abkürzung:

$$A = \frac{K_1 + i_0 \cdot K_2}{K_3 - i_0 \cdot K_4}, \qquad (5a)$$

so ergibt sich jetzt die zu messende relative Widerstandsänderung von A zu:

$$\frac{dw}{w_0} = \frac{A - A_0}{A_0} = \left[\frac{K_1 + i_0 K_2}{K_3 - i_0 K_4} - \frac{K_1}{K_3}\right] : \frac{K_1}{K_3}$$

$$\frac{dw}{w_0} = \frac{i_0 \cdot (K_1 \cdot K_4 + K_2 \cdot K_3)}{K_1 \cdot (K_3 - i_0 \cdot K_4)}. \qquad (7)$$

Führt man hierbei an Stelle der Größen K die durch sie ersetzten Ausdrücke gemäß Gleichung (5) ein, so erhält man für die zu messende, durch das Magnetfeld hervorgerufene relative Widerstandsänderung die Form:

$$\frac{dw}{w_0} = \frac{1 + \frac{b}{B\,a}\left[B + a + b - \frac{(B+b)^2}{t}\right]}{\frac{J}{i_0}\frac{b}{C} - 1}, \qquad (8)$$

worin die Größe C den Wert

$$C = g + B + b + \frac{a\,\beta}{a+\beta} \qquad (9)$$

hat. Die Widerstandsänderung dw ist also allein bestimmt durch den Ausdruck $\frac{J}{i_0}$. Über die Empfindlichkeit s. u. den diesbezügl. Abschn. 4.

Fig. 2 stellt den Magnetisierungskreis der Meßanordnung dar. $A - A$ ist der zu untersuchende Probedraht, S die Magnetisierungsspule, deren Feld mit Hilfe von K_3 umgekehrt werden konnte. J_m ist ebenso wie J in Fig. 1 ein Präzisionsamperemeter für Gleichstrom mit Zeigerablesung, J_w ein Hitzdrahtamperemeter zur Messung des entmagnetisierenden Wechselstromes. Für W_1 konnte bei den ballistischen Messungen (s. u.) ein Kurbelrheostat eingeschaltet

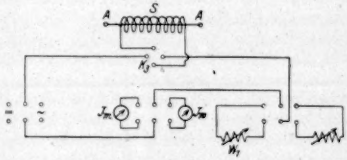

Fig. 2.

werden, der die Feldstärke sprungweise zu variieren gestattete.

Besondere Sorgfalt mußte auf das Einfügen des zu messenden Drahtes in die Brückenanordnung verwendet werden. Es ist nicht ohne weiteres angängig, den Draht etwa durch die Magnetisierungsspule zu legen und seine Enden außerhalb derselben in die Brücke einzuschalten. Dabei würden große Teile des Drahtes im inhomogenen Felde bzw. im Felde $\mathfrak{H} = 0$ liegen, und die resultierende Widerstandsänderung würde nicht durch eine eindeutige Feldstärke bestimmt sein. Deshalb wurde die folgende Anordnung getroffen (s. beistehende Skizze):

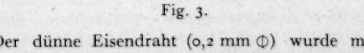

Fig. 3.

Der dünne Eisendraht (0,2 mm Φ) wurde mit Kupferdraht (0,6 mm Φ) an den Stellen 1—1 eng verdrillt und lief dann in die Enden 2—2 an jeder Seite noch etwa 10 cm weit aus. Diese Enden hatten den Zweck, die entmagnetisierende Wirkung der freien Pole des magnetisierten Eisendrahtes, die an und für sich schon verschwindend klein ist, noch völlig vom Meßobjekt, dem zwischen 1—1 liegenden Drahtstück, fernzuhalten und den magnetischen Kraftfluß an dessen Enden nicht zu verzerren. Die beiden Kupfer-

zuführungen wurden aus dem Magnetfeld herausgeführt und an die Brücke angeschlossen. Die beschriebene Form der Einbringung des Drahtes in das Magnetfeld hat sich bei allen Messungen gut bewährt.

Die Widerstandsänderungen der Kupferzuführungen sind bei den benutzten kleinen Feldstärken völlig zu vernachlässigen, was auch durch eine Probemessung bestätigt wurde. Sehr wesentlich ist es nun noch, die vom Magnetisierungsstrom erzeugte Stromwärme von dem Meßdraht fernzuhalten. Solange diese Wärmestrahlung die Temperatur des Meßdrahtes im Innern der Spule erhöhen kann, erhöht sich dadurch auch dessen Widerstand um weit größere Beträge als durch das Magnetfeld selbst.

Gewöhnliche Luftkühlung durch einen Ventilator erwies sich als bei weitem nicht ausreichend! Nach einer Reihe von Versuchen stellte sich die folgende Anordnung als die zweckentsprechendste und den Anforderungen genügende heraus:

In die Magnetisierungsspule wurde zunächst eine an diese fest anschließende Glasröhre geschoben, in welcher der Meßdraht mit seinen Zuführungen gespannt war, koaxial zu Glasrohr und Spule. Das Glasrohr wurde dann zur Kühlung von Leitungswasser durchflossen. Dabei war der Meßdraht mit seinen Zuführungen bis zum Austritt aus dem Rohr von einem dünnen Isolierschlauch umgeben, dessen Enden zugekittet wurden. Dieses System der Wärmeisolation genügte vollkommen, die in der Spule entwickelte Stromwärme vom Draht abzuhalten und fortzuführen. Nur die geringen Schwankungen der Wassertemperatur gaben noch zu kleinen Störungen Anlaß. Diese konnten aber unter die Meßgenauigkeitsgrenze heruntergedrückt werden, indem man das Wasser vor dem Eintritt in die Spule eine Kühlschlange und ein größeres Mischungsgefäß durchlaufen ließ, welche ihrerseits beide wieder in ständig gekühlten Gefäßen standen.

Auf solche Weise wurde es erreicht, die Temperatur des Meßdrahtes so konstant zu halten, daß sein Widerstand stundenlang konstant blieb, die Schwankungen jedenfalls unterhalb der Meßgenauigkeitsgrenze lagen. (Über diese untere Grenze s. u. Abschn. 4.)

2. Die Anordnung zur Messung der Magnetisierung.

Die Magnetisierungskurven wurden ballistisch gemessen, indem das Feld mit einem Kurbelrheostaten an Stelle von W_1 (Fig. 2) sprungweise variiert wurde. Zur ballistischen Messung wurde dasselbe Spiegelgalvanometer verwendet wie vorher zur Brückenmessung. Die Enden der ballistischen Sekundärspule, die den Probedraht im Innern der Magnetisierungsspule umgab, wurden an die Klemmen 1—2 von K_2 (Fig. 1) geführt, an denen früher die Thomsonbrücke lag.

Die Daten der Sekundärspule waren folgende: Wicklungskern war eine 35 cm lange Glaskapillare von 3 mm Außendurchmesser. Darauf wurde eine 30 cm lange Wicklung aufgebracht von 22 500 Windungen seidenumsponnenen, 0,05 mm starken Kupferdrahtes mit 1950 Ohm Widerstand. Äußerer Wicklungsradius war 4,2 mm; der mittlere Wicklungsquerschnitt betrug demnach etwa $^1/_{10}$ cm².

Bei der ballistischen Aufnahme der Magnetisierungskurve mußten die Luftkraftlinien, die den Querschnitt der Sekundärspule neben dem Probedraht durchsetzen, mitberücksichtigt werden. Denn bei einem Querschnitt der Sekundärspule von 0,1 cm² und einem solchen der Probedrähte von durchschnittlich $3 \cdot 10^{-4}$ cm² überwiegen die Luftkraftlinien die Induktionslinien im Ferromagneten bis zum Bereich der Sättigung bei weitem!

Der einfachste Weg, diese Schwierigkeit zu überwinden, war der, daß die Messungen einmal mit dem Probedraht in der Sekundärspule vorgenommen wurden und einmal ohne denselben. Die Differenz der ballistischen Ausschläge zwischen zwei solchen Messungen war dann hervorgerufen allein durch die Änderung der magnetischen Induktionslinien in dem Probedraht. Die resultierende Induktion $\mathfrak{B}$ selbst wurde berechnet nach der Formel:

$$\mathfrak{B} \text{ bzw. } \triangle \mathfrak{B} = \frac{P \cdot W \cdot a \cdot 10^8}{N \cdot q} \text{ (Gauß)}, \quad (10)$$

wo

P = ballistischer Reduktionsfaktor,
W = Widerstand des Galvanometerkreises,
a = beobachteter ballistischer Ausschlag,
N = Windungszahl der Sekundärspule,
q = Querschnitt des Probedrahtes

ist. Bei allen ballistischen Messungen befand sich die Sekundärspule stets genau in der Mitte des Probedrahtes und der Magnetisierungsspule.

3. Fehlerquellen.

Da bei der Messung derartig kleiner Widerstandsänderungen von der Größenordnung 1 Promille die geringsten Fehler eine beträchtliche Fälschung der Resultate hervorrufen können, soll im folgenden noch kurz auf die in Frage kommenden Fehlerquellen und deren Beseitigung eingegangen werden.

Zwei der wichtigsten Fehlerquellen und deren Behebung sind schon oben in Teil II, 1 beschrieben worden, nämlich die Abhaltung der Magnetisierungsstromwärme vom Meßdraht und

die Befestigungsart der Kupferzuführungen am Probedraht durch Verdrillen (s. Fig. 3). Wurden diese Zuführungen am Probedraht etwa angelötet, so zeigte sich der früher von vielen Beobachtern gefundene Effekt der Vorzeichenumkehr bei schwachen Feldern, d. h. es trat zunächst eine Widerstandsabnahme ein und erst bei stärkeren Feldern eine Widerstandszunahme. Wenn Messingzuführungen an Stelle der Kupferzuführungen der Fig. 3 verwendet wurden wie in der Anordnung Vilbigs, konnte die Erscheinung der Vorzeichenumkehr ebenfalls in beträchtlichem Maße beobachtet werden. Auch durch nicht vollständige Entmagnetisierung des Probematerials vor Beginn der Messungen können solche Erscheinungen der Vorzeichenumkehr beim Durchlaufen der Hysteresiskurve vorgetäuscht werden, wie die vom Verfasser aufgenommenen Kurven Figg. 4 und 5 für Eisen und Nickel qualitativ wiedergeben. Dabei wurde so verfahren, daß der Draht bei Beginn der Messung eine magnetische Remanenz besaß. Wurde jetzt das Feld von

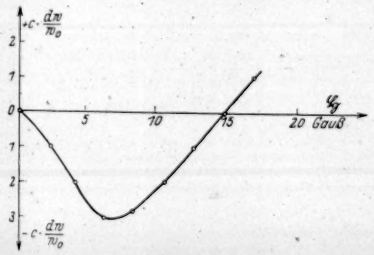

Fig. 4.

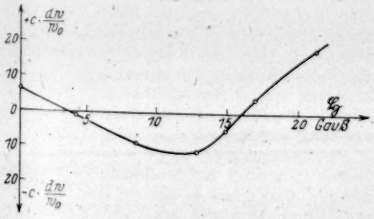

Fig. 5.

$\mathfrak{H} = 0$ bis zu einem Betrage von $\mathfrak{H} = 100 - 150$ Gauß gesteigert, dann wieder geschwächt bis $\mathfrak{H} = 0$, so ergeben sich nun beim Anwachsen des Feldes in entgegengesetzter Richtung die Kurven Figg. 4 und 5, d. h. negative Widerstandsänderungen für kleine Feldstärken. Diese neuerdings auch von F. Vilbig beobachtete Erscheinung — Vorzeichenumkehr des Effektes in schwachen Feldern nach voraufgegangenen starken Feldern und darauf erfolgter Feldkommutierung — ist möglicherweise auf derartige sekundäre Erscheinungen zurückzuführen. Zum Vergleich sei eine der typischen Widerstandsänderungskurven aus der Arbeit von F. Vilbig hier angeführt (Fig. 6).

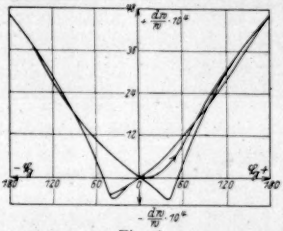

Fig. 6.

Es ist eben durchaus nicht so, wie F. Vilbig in seiner Arbeit (S. 198 ob.) im Sperrdruck vermerkt, daß „die Widerstandsänderung dw mit Aufhören des einwirkenden Magnetfeldes sogleich wieder verschwindet", sondern stets tritt, wie alle späteren Messungen zeigen werden, eine beträchtliche Remanenz der Widerstandsänderung auf, wenn das einwirkende longitudinale Magnetfeld $\mathfrak{H}$ nach positiven Beträgen wieder zu Null geworden ist! Auf die bei Vilbig gänzlich vernachlässigte Entmagnetisierung ist also bei diesen Messungen ein besonderer Wert zu legen.

Eine weitere, häufig auftretende Fehlerquelle ist die der unrichtigen Orientierung des Probedrahtes im Magnetfeld. Wenn der Probedraht etwa den Kraftlinien nicht genau parallel läuft, so kommt neben der longitudinalen noch eine transversale Komponente des Magnetfeldes zur Einwirkung. Diese kann aber ganz andere Wirkungen auf die Leitfähigkeit des Probedrahtes haben als die longitudinale Komponente; speziell bei ferromagnetischen Stoffen bewirkt transversale Magnetisierung eine Vergrößerung der Leitfähigkeit des Materials, also negative Werte der relativen Widerstandsänderung dw/w_0, im Gegensatz zum longitudinalen Feld, das stets eine Widerstandserhöhung hervorruft.

Daß ein solcher Fehler verkehrter Orientierung des Drahtes zum Feld leichter bei kurzen als bei langen Drahtproben auftreten kann, ist klar, und war einer der Gründe mit, aus welchen hier meist ziemlich lange Drahtproben benutzt wurden. Aber auch quantitativ kann man sich leicht einen Überblick über die Größe des maximal möglichen Fehlers verschaffen.

Die Drahtproben wurden, wie oben angegeben, in einem 1 m langen Glasrohr innerhalb des Magnetfeldes eingespannt. Mögen nun an der Eintrittsstelle in das Rohr Draht und Rohr genau

koaxial liegen, so ist es ohne jede Schwierigkeit möglich, den Draht an der Austrittsstelle so genau zu lagern, daß er von der Rohrachse um höchstens 1 mm in irgendeiner Richtung abweicht. Der maximal mögliche Fehler bei falscher Orientierung ist also gegeben durch den Tangens des Winkels φ zwischen Kegelachse und Mantellinie eines Kreiskegels, der eine Höhe von 1 m und einen Öffnungsradius von $r \leqq 1$ mm hat, d. h. es wird:

$$[\operatorname{tg}\varphi]_{\mathrm{Max}} = {}^1/_{1000}. \qquad (11a)$$

Der durchschnittliche Orientierungsfehler der Drähte betrug also:

$$\varphi = 1' \text{ (Bogenminute)}. \qquad (11b)$$

Dieser Fehler ist so gering, daß er bei den Messungen keine Rolle spielt, zumal der absolute Betrag der Widerstandsänderung im transversalen Felde höchstens den zehnten Teil derjenigen im longitudinalen Felde erreicht, gleiche Feldstärke $\mathfrak{H}$ vorausgesetzt.

4. Eichung des Galvanometers und Diskussion der Empfindlichkeit der Meßanordnung.

Das benutzte Galvanometer war ein Drehspulspiegelgalvanometer von Siemens & Halske. Die Ablesung geschah nach der subjektiven Methode mit einem Fernrohr von 70facher Vergrößerung. Die Skala befand sich 450 Skalenteile vom Galvanometerspiegel entfernt (1 Sktl. = 1 cm).

Die Bestimmung der Galvanometerempfindlichkeit ergab bei unserem Galvanometerwiderstand von $R_1 = 10\,000$ Ohm für den statischen Reduktionsfaktor den Wert von:

$$c = 1{,}708 \cdot 10^{-9}\ \text{Amp./Skt.} \qquad (12)$$

Die Empfindlichkeit bei der Messung der relativen Widerstandsänderung dw/w_0 ist gegeben durch die Formel (8) auf S. 563. Nimmt man hier $J = 0{,}5$ Amp. und A bzw. $w_0 = 3$ Ohm (durchschnittliche Werte) und berücksichtigt, daß bei 70facher Vergrößerung ${}^1/_{10}$ mm $= {}^1/_{100}$ Sktl. (entsprechend einem $i_0 = 1{,}7 \cdot 10^{-11}$ Amp.) noch mit Sicherheit abgelesen werden konnte, so ergibt sich als eben noch feststellbare Widerstandsänderung gemäß (8) der Wert:

$$[dw/w_0]_{\mathrm{Min}} = 4 \cdot 10^{-7} = 0{,}0004\,{}^0/_{00}. \qquad (13)$$

Diesem Wert entspricht eine kleinste absolute Widerstandsänderung von:

$$[dw]_{\mathrm{Min}} \sim 10^{-6}\ \text{Ohm}, \qquad (14)$$

d. h. von 1 Millionstel Ohm.

Der zweite Teil der Empfindlichkeitsbetrachtungen betrifft die ballistische Empfindlichkeit, die für die Aufnahme der Magnetisierungskurven wesentlich war. Der ballistische Reduktionsfaktor wurde berechnet nach der bekannten Formel:

$$P = \frac{c\,T k^{\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{\lambda^2+\pi^2}}\ \text{Coul./Skt.} \qquad (15)$$

Durch Messungen ergab sich:

c = stat. Red.-Faktor = $1{,}708 \cdot 10^{-9}$ A./Skt.
T = Schwingungsdauer = 9,166 sec.
(Für einen Schließungswiderstand von 10 000 Ohm (Galv.) + 1950 Ohm (Sekundärspule)).
k = Dämpfungsdekrement = 9,329.
λ = log. Dämpfungsdekrement = log. nat. k.

Daraus ergab sich der ballistische Reduktionsfaktor zu:

$$P = 7{,}993 \cdot 10^{-9}\ \text{Coul./Skt.} \qquad (16)$$

Die Änderungen der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ selbst errechneten sich dann aus der Formel (10) S. 564, in der neben dem ballistischen Ausschlag a nur der Querschnitt q für die verschiedenen Materialien variierte. Im Mittel war für die benutzten Querschnitte ($\Phi = 0{,}2$—$0{,}25$ mm):

$$\triangle \mathfrak{B} \sim 1000 \cdot a\ \text{Gauß}. \qquad (17)$$

Die kleinsten noch meßbaren Änderungen der magnetischen Induktion betrugen also:

$$[\triangle \mathfrak{B}]_{\mathrm{Min}} \sim 10\ \text{Gauß}, \qquad (18)$$

entsprechend etwa 1 Promille der jeweiligen Sättigungswerte.

III. Die Messungen.

1. Voruntersuchung von Eisen und Nickel.

Im folgenden sei nun auf die Messungen selbst eingegangen.

Der Verlauf einer Messung war so, daß zu Beginn bei entmagnetisierter Drahtprobe A die Thomsonbrücke durch Verändern der Widerstände $a = a$ (Fig. 1) abgeglichen wurde ($i_0 = 0$, Bedingung (6)). Bei Einschalten und Steigern des Feldes $\mathfrak{H}$ wurde der durch die Widerstandsänderung von A hervorgerufene Galvanometerstrom i_0 gemessen und die relative Widerstandsänderung dw/w_0 nach Gleichung (8) berechnet.

Die untersuchten Drahtproben, Eisen und Nickel, hatten bei den Messungen durchschnittlich eine Länge von 50 cm und eine Stärke von etwa 0,2 mm Durchm. Das Eisen war als reiner Eisendraht geliefert worden (genauere Analyse unbekannt), für Nickel lautete der Analysenschein:

$$\begin{aligned} Fe &= 0{,}40 \text{ Proz.} \\ Cu &= 0{,}15 \quad ,, \\ Mn &= 0{,}20 \quad ,, \\ \left.\begin{matrix} Si \\ S \\ C \end{matrix}\right\} &= 0{,}10 \quad ,, \end{aligned}$$

insgesamt also etwa 0,85 Proz. Verunreinigungen.

Die folgenden Figg. 7a und b sollen qualitativ einen Überblick geben:

1. Über den Unterschied der Größe der relativen Widerstandsänderung bei Eisen und Nickel.

2. Über den Einfluß, den der Bearbeitungszustand auf die Widerstandsänderung ausübt

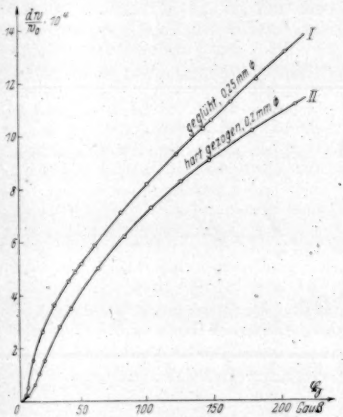

Fig. 7a.

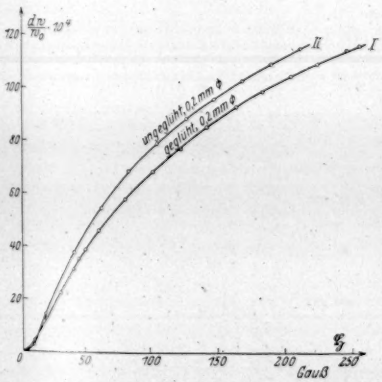

Fig. 7b.

(hart gezogener Draht usw.), ferner über den Einfluß des Ausglühens, der die magnetischen Eigenschaften ändert, über den Einfluß der Drahtstärke usw. Auch bei nebeneinander abgeschnittenen Stücken von der gleichen Drahtrolle, gleichem Querschnitt und dem äußerlich gleichen Bearbeitungszustand zeigten sich quantitativ Unterschiede der relativen Widerstandsänderung von einigen Prozenten bis zu 10 Proz., die wohl zu erklären sind durch zufällige elastische Beanspruchungen einzelner Teile des Drahtes und dadurch hervorgerufene stärkere Strukturverschiedenheiten.

2. Einfluß der Richtung und Stärke des Meßstromes J.

Es war noch eine letzte Frage vor Beginn der endgültigen Messungen genau zu untersuchen, nämlich der Einfluß, den Richtung und Stärke des den Probedraht A durchfließenden Stromes J evtl. auf die Größe der relativen Widerstandsänderung dw/w_0 ausüben.

Was zunächst die Richtung des Meßstromes J im Draht A anbelangt, so konnte irgendein meßbarer Einfluß derselben auf die Widerstandsänderung in der Apparatur nicht beobachtet werden. Das erscheint auch wahrscheinlich; denn bei genau paralleler oder antiparalleler Strom- und Feldrichtung werden auf das Elektron als Träger eines Konvektionsstromes keine ponderomotorischen Wirkungen ausgeübt, sondern nur dann, wenn dieser Konvektionsstrom eine Komponente senkrecht zur Feldrichtung hat. Diese Komponenten sind aber im Mittel auf beide Stromrichtungen gleich verteilt.

Die zweite Frage betraf den Einfluß der Stärke des Meßstromes J auf die Widerstandsänderung bei gleichbleibender Magnetfeldstärke $\mathfrak{H} = \text{const.}$, auf den ich durch die Arbeit von Herrn F. Vilbig hingewiesen wurde. Vilbigs zusammenfassendes Ergebnis über diesen Punkt lautet: „Die Widerstandsänderung dw/w_0 ist abhängig von dem im Probedraht fließenden Strom J", in dem Sinne, daß dw/w_0 mit wachsendem J ansteigt. Es erscheint aber von vornherein nicht sehr wahrscheinlich, daß der Ohmsche Widerstand eines Leiters, wie z. B. unseres Probedrahtes im konstanten Magnetfeld, abhängig sein soll von der Stärke des Meßstromes, also gewissermaßen von der Wahl der Meßanordnung — Widerstandserhöhung durch Stromwärme sei natürlich ausgenommen! — wenn auch zunächst zu berücksichtigen ist, daß die Wirkung des Magnetfeldes auf den Leitungsvorgang vorerst noch nicht bekannt ist. Diese Frage wurde daher noch einmal experimentell gründlich untersucht im Interesse der späteren Meßergebnisse. Es ergab sich bei den Messungen folgender Befund.

Fig. 8a zeigt die Messungen am Nickel. Als Ordinate ist aufgetragen der Galvanometerstrom i_0, als Abszisse die Feldstärke $\mathfrak{H}$. Parameter der Kurvenschar $a - e$ ist der Meßstrom J, variiert von $J = 0{,}1$ bis $0{,}5$ Amp. Wie man sieht, ergeben sich bei gleicher Feldstärke $\mathfrak{H}$ für wachsende J auch größere Galvanometerströme i_0. Über die Größe der relativen Widerstandsänderung dw/w_0 in Abhängigkeit von J kann man aus

dieser Kurvenschar noch nichts aussagen, da dw/w_0 nach Gleichung (8) außer von einigen Konstanten nur von dem Verhältnis J/i_0 abhängt. Legt man jetzt aber für verschiedene $\mathfrak{H}$ = const. Vertikalschnitte S durch die Kurvenschar 8a, und trägt dann in einem neuen Schaubild die Galvanometerströme i_0 in Abhängigkeit von J auf, so ergibt sich die Geradenschar Fig. 8b, wobei jetzt die Feldstärke $\mathfrak{H}$ als Parameter auftritt. Diese Geradenschar zeigt also, daß das Verhältnis J/i_0 für festes $\mathfrak{H}$ eine Konstante ist. Gemäß Gleichung (8) muß demnach die relative Widerstandsänderung dw/w_0 bei konstantem Magnetfeld $\mathfrak{H}$ eine vom Strome J gänzlich unabhängige Größe sein. Das zeigt sich auch in der Tat, wenn man jetzt für die Kurven in Fig. 8a die relativen

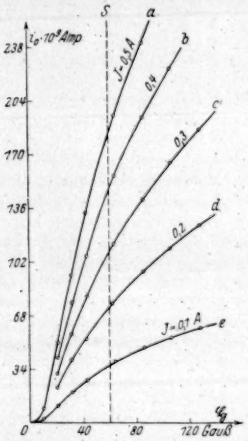

Fig. 8a.

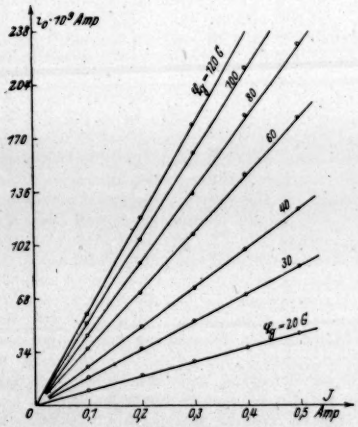

Fig. 8b.

Widerstandsänderungen ausrechnet und in Abhängigkeit von der Feldstärke $\mathfrak{H}$ aufträgt. Das Ergebnis zeigt Fig. 9a; sämtliche Kurven der Schar 8a fallen zusammen in eine Kurve $dw/w_0 = f(\mathfrak{H})$. Fig. 9b zeigt dasselbe für die Schar Fig. 8b und gibt damit die direkte Antwort auf die zur Untersuchung stehende Frage: Wie sieht die Ab-

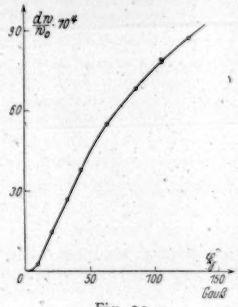

Fig. 9a.

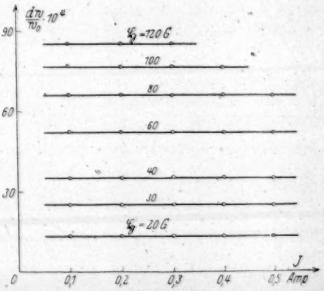

Fig. 9b.

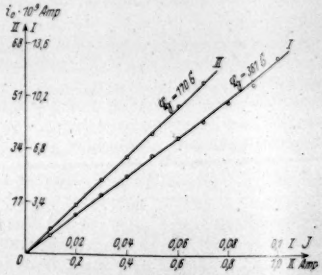

Fig. 10.

hängigkeit $dw/w_0 = f(J)$ für $\mathfrak{H} = \text{const.}$ aus? Wir können also sagen:

Beim Nickel ist die Widerstandsänderung dw/w_0 unabhängig vom Meßstrom J!

Da die Verhältnisse beim Eisen ganz ähnlich liegen, zeigt Fig. 10, die für verschiedene Feldstärken $\mathfrak{H} = \text{const.}$ die Abhängigkeit $i_0 = f(J)$ zeigt, wieder gerade Linien. Hier wurde bei der Aufnahme nicht wie oben beim Nickel, sondern so verfahren, wie F. Vilbig es bei seinen Messungen tat: Irgendein $\mathfrak{H} = \text{const.}$ wurde eingestellt und dann direkt i_0 beim Variieren von J abgelesen. Auch hier zeigt sich also das Verhältnis $J/i_0 = \text{const.}$ und damit die Widerstandsänderung dw/w_0 unabhängig vom Meßstrom J; diese ist also eine für ein bestimmtes Metall durchaus charakteristische Größe.

3. Die Widerstandsänderung in Abhängigkeit von der Magnetisierung.

Für die Widerstandsänderung eines Ferromagneten im Magnetfeld ist aber nicht, wie in den Kurven Figg. 8 bis 10 zunächst dargestellt, die äußere Feldstärke $\mathfrak{H}$ die bestimmende Größe, sondern die Stärke der Magnetisierung J bzw. der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$. Das zeigt sich — wie aus den Messungen vieler Beobachter hervorzugehen scheint — besonders deutlich darin, daß bei magnetischer Sättigung auch die galvanomagnetischen Erscheinungen „gesättigt" werden, d. h. wie die Magnetisierungskurve $\mathfrak{B} = f(\mathfrak{H})$ in einen geradlinigen, schwach ansteigenden Verlauf übergehen.

Aus diesem letzten Grunde wurde auch in der vorliegenden Arbeit, wenngleich die völlige magnetische Sättigung nicht erreicht worden ist, die relative Widerstandsänderung dw/w_0 nicht in Abhängigkeit von J, der Intensität der Magnetisierung, sondern von der magnetischen Induktion $\mathfrak{B} = 4 \cdot \pi \cdot J + \mathfrak{H}$ dargestellt. Die Größe J erreicht mit magnetischer Sättigung des Materials einen Grenzwert (J_∞), über den sie nicht hinausgehen kann. Steigt trotzdem die äußere Feldstärke $\mathfrak{H}$ weiter, so nehmen sowohl dw/w_0 als auch $\mathfrak{B}$ weiter zu. Diese Steigerung von dw/w_0 wäre aber in einem $dw/w_0 = f(J)$-Diagramm nicht darstellbar. Deshalb wurde die Darstellung der relativen Widerstandsänderung in Abhängigkeit von der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ vorgezogen.

Um diese Abhängigkeit $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$ darstellen zu können, mußte:

a) die relative Widerstandsänderung $dw/w_0 = f(\mathfrak{H})$ gemessen werden;

b) die Magnetisierungskurve $\mathfrak{B} = f(\mathfrak{H})$ selbst aufgenommen werden und

c) $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$ aus a) und b) konstruiert werden.

a) Ausgehend von unserer Arbeitshypothese, daß $\mathfrak{B}$ und nicht $\mathfrak{H}$ der widerstandsbestimmende Faktor sei, ergibt sich zunächst ganz zwangsläufig, daß die Kurven $dw/w_0 = f(\mathfrak{H})$ völlig analoge Verhältnisse zeigen müssen wie die Magnetisierungskurven $\mathfrak{B} = f(\mathfrak{H})$. Das bestätigen unsere Kurven Figg. 11 und 12 für Nickel, 13 und 14 für Eisen. Sie zeigen eine Widerstandshysteresis, Remanenz, Koerzitivkraft, den Einfluß des Ausglühens, der das Material magnetisch weich macht und dgl. Ausgegangen wurde selbstverständlich immer von völlig entmagnetisiertem Material. Durchlief man dann von $\mathfrak{H} = 0$ an den Magnetisierungszyklus, so ergaben sich die Kurvenäste 1 bis 5 (s. Figg.).

Das longitudinale Magnetfeld bewirkt also bei Eisen und Nickel stets eine Abnahme der elektrischen Leitfähigkeit, welche nur — wenn nicht durch Entmagnetisierung — durch eine gewisse Koerzitivkraft $\mathfrak{H}$ wieder rückgängig gemacht werden kann. Vorbedingung zur Erzielung dieses Resultates ist allerdings die völlige Entmagnetisierung der Drahtprobe zu Beginn einer jeden Messung! Durch die Vernachlässigung dieser Bedingung erklären sich auf Grund unserer Überlegungen zweifellos eine ganze Reihe von früheren Beobachtungen, welche eine Vorzeichenumkehr des Effektes festgestellt haben (so noch im vergangenen Jahr F. Vilbig (7)).

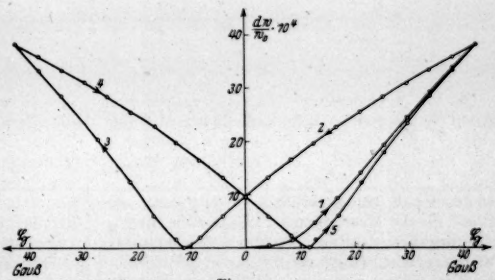

Fig. 11.

Quantitativ sind die Absolutwerte der Widerstandsänderung beim Eisen längst nicht so groß wie beim Nickel, obwohl im Eisen die maximalen magnetischen Induktionen diejenigen im Nickel um mehr als das Dreifache übertreffen. Nächst Wismut ist Nickel dasjenige Metall, das im Magnetfeld die größten relativen Widerstandsänderungen aufweist, maximal bis zu einigen Prozenten.

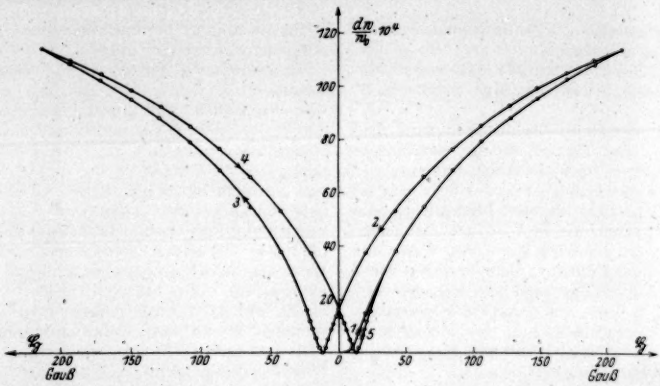

Fig. 12.

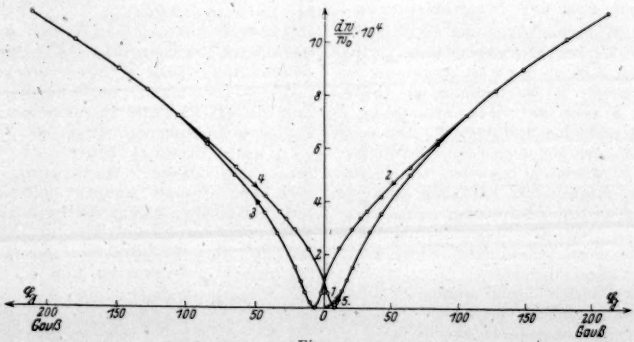

Fig. 13.

b) Die Aufnahme der Magnetisierungskurven $\mathfrak{B} = f(\mathfrak{H})$ geschah nach der ballistischen Methode, einmal mit und einmal ohne den Probedraht in der Sekundärspule. Die maximalen magnetischen Induktionen waren bei Eisen etwa $\mathfrak{B} =$ 20 000 Gauß, bei Nickel $\mathfrak{B} =$ 6 300 Gauß. Als Probe für die Messungen sei hier nur die Magnetisierungskurve eines geglühten Nickeldrahtes wiedergegeben (Fig. 15).

Eine entmagnetisierende Wirkung brauchte bei der vorliegenden Anordnung nicht berücksichtigt zu werden; denn bei einer Länge des Probedrahtes von 50 cm und einem Durchmesser von 0,2 mm ist das für den Entmagnetisierungsfaktor maßgebende Achsenverhältnis gleich $^1/_{2500}$ und daraus der Entmagnetisierungsfaktor N von der Größenordnung 10^{-6}.

c) Die im vorhergehenden Teil b) aufgenommenen magnetischen Hysteresiskurven wurden stets bis zu denselben $\mathfrak{H}_{Max}$ gemessen wie die zugehörigen Widerstandshysteresiskurven von Teil a). Auf diese Weise gelang es, die relative Widerstandsänderung dw/w_0 darzustellen in Abhängigkeit von der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$. Die folgenden Figg. 16—18 geben diese Abhängigkeit $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$ für die Kurven Figg. 12, 13 und 14 wieder.

Eigenartigerweise zeigte es sich nun, daß auch diese Kurven noch eine Schleifenbildung zeigen, und daß die Widerstandsänderung nicht eindeutig durch die Induktion $\mathfrak{B}$ gegeben ist. Es ergab sich vielmehr, daß im auf- und absteigenden Teil der Hysteresiskurven die zu gleichen Induktionen $\mathfrak{B}$ gehörigen relativen Widerstandsänderungen dw/w_0 nicht die gleichen sind! Dieses Ergebnis fand sich für sämtliche untersuchten Materialsorten, ein Resultat, das den bisherigen Vermutungen über diesen Punkt nicht entspricht.

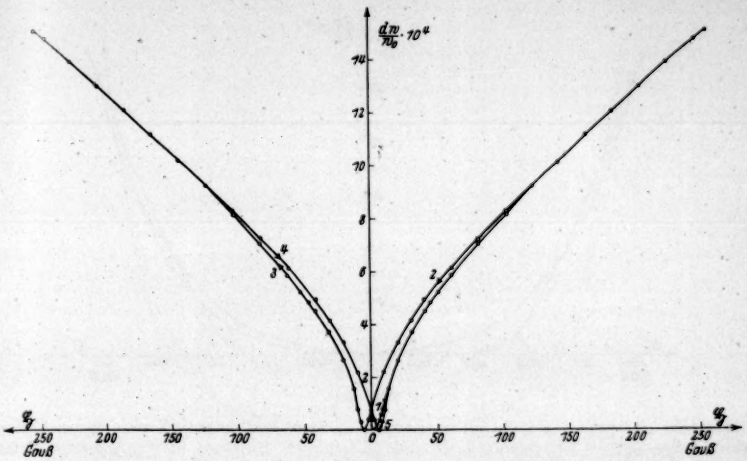

Fig. 14.

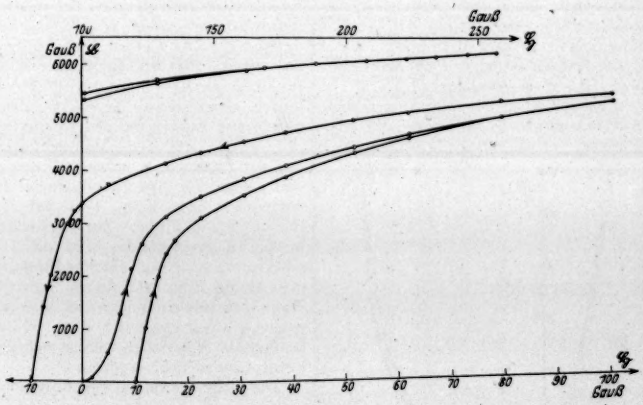

Fig. 15.

Die Schleifenbildung bei diesen Kurven ist allerdings nicht sehr groß, ließ sich aber beliebig oft reproduzieren, sofern zwischen zwei Beobachtungsreihen das Probematerial vor mechanischen und thermischen Beanspruchungen geschützt wurde.

Es ist von vornherein nicht zu entscheiden, ob diese Schleifenbildung bedingt ist durch Meßfehler oder durch Strukturänderungen, die das Magnetfeld in den äußerst dünnen Drähten von nur $^1/_{10}$ mm Radius (durch Magnetostriktion oder dgl.) hervorruft, und die ihrerseits bis zu einem gewissen Grade mit widerstandsbestimmend sind. Durch Magnetostriktionswirkungen allein können allerdings die hier beobachteten Widerstandsänderungen nicht erklärt werden, worauf schon von vielen Beobachtern, als letztem von Webster, hingewiesen worden ist. Die Magnetostriktion ist bei den Feldern, bei denen hier beobachtet wurde, viel zu klein, als daß sie für Widerstandsänderungen von der gemessenen Größenordnung verantwortlich gemacht werden könnte. Erst bei stärksten Feldern müßte man eine Korrektion einführen, welche die Magneto-

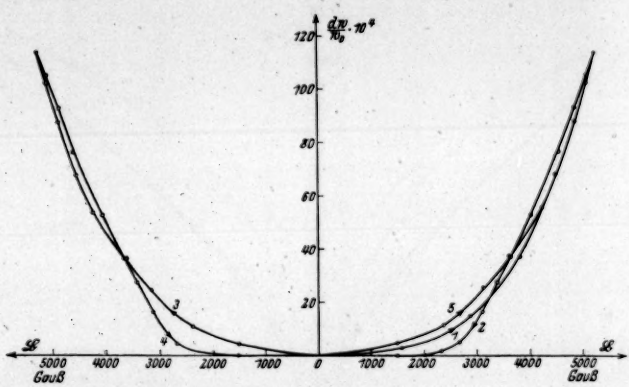

Fig. 16.

striktion berücksichtigt. Es ist zu vermuten, daß erst Messungen an Einkristallen ferromagnetischer Stoffe ganz einwandfreie Resultate ergeben würden, bei denen dann auch vermutlich die Widerstandsänderung eindeutig mit der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ verlaufen, d. h. keine Schleifenbildung der Kurven $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$ mehr auftreten würde (vgl. W. L. Webster (8)).

In früheren Arbeiten ist vielfach versucht worden (A. Gray und E. T. Jones (32)), die Abhängigkeit $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$ bzw. $f(J)$ formelmäßig

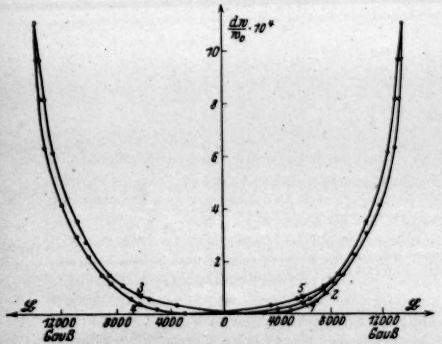

Fig. 17.

auszudrücken, d. h. das Aussehen der Funktion f zu finden. Es ergab sich die Form:

$$dw/w_0 = c\mathfrak{B}^x, \qquad (19)$$

wo c eine Konstante ist und der Exponent x bei den verschiedenen Beobachtern zwischen 2 und 6 variiert, oft in der Form:

$$dw/w_0 = c_1\mathfrak{B}^{x_1} + c_2\mathfrak{B}^{x_2} + c_3\mathfrak{B}^{x_3}. \qquad (20)$$

Auch aus unseren Kurven lassen sich rein empirisch Aussagen machen über die Größenordnung der Konstanten c und über die Art der funktionalen Abhängigkeit der relativen Widerstandsänderung dw/w_0 von der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$. Die Kurven Figg. 19 und 20 sollen das zeigen. Hier sind für Eisen und Nickel zwei jungfräuliche Kurven $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$ aufgetragen (durch kleine Kreise kenntlich), daneben aber gleichzeitig Kurven von dem Charakter $dw/w_0 = c\mathfrak{B}^2$, $= c\mathfrak{B}^3$, $= c\mathfrak{B}^4$ usw. Man sieht ohne weiteres, daß der Exponent x im wesentlichen zwischen 3 und 4 liegt. Für größere Induktionen $\mathfrak{B}$ kommen, namentlich beim Eisen, noch höhere Potenzen (bis zur 6.) in Frage. Zur Darstellung des gesamten Kurvenverlaufes wird die Formel (19) nicht hinreichend sein, eher die Form (20). Es hat aber wenig Sinn, auf diesem rein empirischen Wege mehr als ein qualitatives Bild erstreben zu wollen, etwa eine genaue Formel. Für verschieden bearbeitete Materialien würden sich doch jeweils kleine Unterschiede ergeben.

Die Größenordnung der Konstanten ist für

$$\text{Eisen: } c = 10^{-20}, \text{ für } \frac{dw}{w_0} = c\mathfrak{B}^4,$$

$$\text{Nickel: } c = 10^{-15}, \text{ für } \frac{dw}{w_0} = c\mathfrak{B}^{3,4}.$$

Ein Vergleich der Ergebnisse an auf anderem Wege gewonnenen theoretischen Resultaten ist in unserem Fall nicht möglich; eine Theorie der Widerstandsänderung von Ferromagneten im Magnetfeld ist bisher noch nicht entwickelt worden, sondern lediglich eine solche für dia- und paramagnetische Stoffe (s. u. Literatur: Bloch (9), A. Sommerfeld (10) usw.).

Die eigenartigen Ergebnisse der Widerstandsänderung ferromagnetischer Stoffe in Magnet-

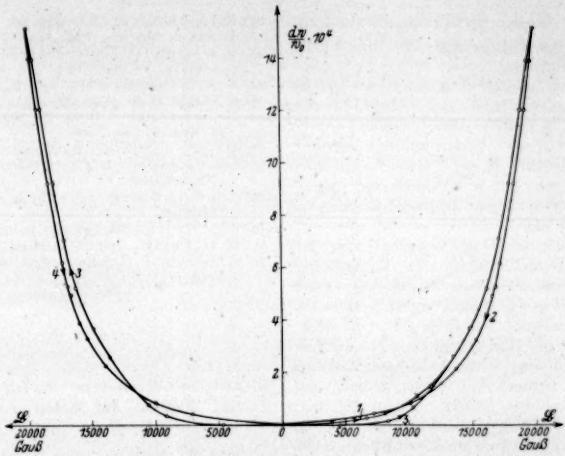

Fig. 18.

feldern müßten von einer umfassenden Theorie der elektrischen Leitfähigkeit und des Ferromagnetismus — beide lassen sich heute nicht mehr trennen — wiedergegeben werden.

Die letzte und erfolgreichste Entwicklung der Elektronentheorie ist auf wellenmechanischer

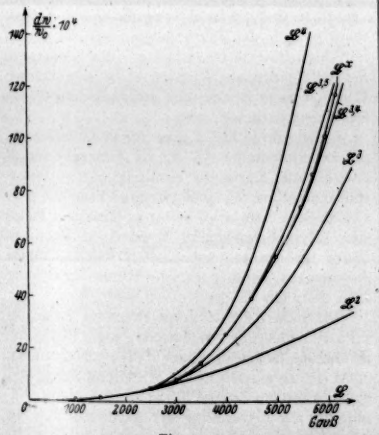

Fig. 19.

Grundlage aufgebaut (Houston, Sommerfeld u. a.). Die de Broglie-Welle, welche das freie Elektron repräsentiert, wird am Metallatom bzw. am Atomgitter gebeugt, die abgebeugten Elektronenwellen interferieren, es entstehen Beugungsmaxima und -minima. In unserem Falle spielt sich dieser ganze Vorgang im Magnetfelde ab. Es könnte nun möglich sein, die hier beobachteten galvanomagnetischen Effekte auch theoretisch zu erfassen, wenn man auf die Beugung der Elektronenwellen ähnliche Überlegungen anwendet, wie in der Magnetooptik auf das Verhalten optischer Wellen im Magnetfeld.

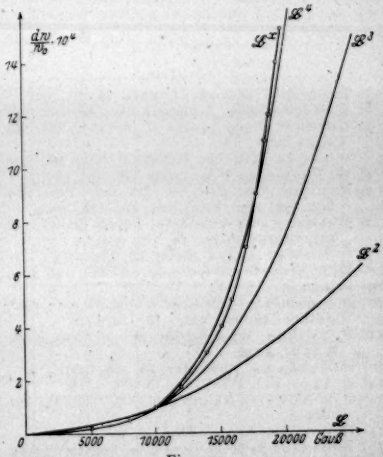

Fig. 20.

V. Zusammenfassung.

Die wichtigsten Ergebnisse der vorliegenden Arbeit sind folgende:

1. Das longitudinale Magnetfeld bewirkt bei den Ferromagneten Eisen und Nickel stets eine Zunahme des elektrischen Widerstandes.

2. Es lassen sich „Widerstandshysteresiskurven" aufnehmen, $dw/w_0 = f(\mathfrak{H})$, welche dieselben typischen Erscheinungen aufweisen wie magnetische Hysteresisschleifen: Widerstandsremanenz, -koerzitivkraft usw.

3. Mit Hilfe der Magnetisierungskurve läßt sich die Widerstandsänderung in Abhängigkeit von der Magnetisierung darstellen, $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$. Die relative Widerstandsänderung ist in erster Annäherung proportional der 3. bis 4. Potenz von $\mathfrak{B}$.

4. Auch bei der Darstellung $dw/w_0 = f(\mathfrak{B})$ ergibt sich noch eine schwache Schleifenbildung nach Art der Hysteresiskurve, die vielleicht auf Grund mechanischer Strukturänderungen, hervorgerufen durch Magnetostriktion oder dgl., zu erklären ist. Denkbar wäre es allerdings auch, daß diese Schleifenbildung durch irgendwelche Fehlerquellen bedingt ist; doch ließen sich solche trotz genauester Nachprüfung nicht feststellen.

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für angewandte Elektrizität, Göttingen, ausgeführt. Dem Leiter dieses Institutes, meinem hochverehrten Lehrer und Chef, Herrn Prof. Dr. Max Reich, bin ich für seine kritischen Beratungen zu dieser Arbeit zu größtem Dank verpflichtet.

Literatur.

1) J. Frenkel, Zeitschr. f. Phys. **49**, 31, 1928.
2) W. Heisenberg, Zeitschr. f. Phys. **49**, 619, 1928.
3) Dorfmann und Janus, Zeitschr. f. Phys. **48**, 1026, 1928.
— — u. Kikoin, Zeitschr. f. Phys. **54**, 1929.
4) W. Thomson, Phil. Trans. **146**, 736, 1856.
5) Kapitza, Proc. Roy. Soc. **115**, 1927; Proc. Roy. Soc. **119**, 1928; Proc. Roy. Soc. **123**, 1929.
6) Meissner und Scheffers, Physik. Zeitschr. **30**, 827, 1929; Naturw. **18**, 110, 1930.
7) F. Vilbig, Arch. f. Elektr. **22**, 194, 1929.
8) W. L. Webster, Proc. Roy. Soc. **113**, 196, 1926.
9) F. Bloch, Zeitschr. f. Phys. **53**, 216, 1929.
10) A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Phys. **47**, 1, 43, 1928; Naturw. **15**, 825, 1927; **16**, 374, 1928.
11) R. Swinne, Wiss. Veröffentl. a. d. Siem. Konz. **7**, 2, 85, 1928.
12) E. P. Adams, Phys. Rev. **24**, 428, 1907.
13) F. Auerbach Wied. Ann. **5**, 289, 1878.
14) O. v. Auwers, Naturw. **16**, 669, 1928; **17**, 867, 1929.
15) G. Barlow, Ann. d. Phys. **12**, 897, 1903.
16) F. Blake, Verh. D. phys. Ges. 294, 1907; Ann. d. Phys. **28**, 449, 1909.
17) D. Goldhammer, Wied. Ann. **31**, 360, 1887; Wied. Ann. **36**, 804, 1889.
18) W. Grotrian, Naturw. **16**, 44, 1928.
19) L. Grunmach, Verh. D. phys. Ges. 359, 1906; Ann. d. Phys. **22**, 141, 1907.
20) C. W. Heaps, Phil. Mag. **22**, 900, 1911.
21) W. A. Jenkins, Phil. Mag. **27**, 731, 1914.
22) Jones u. Malan, Phil. Mag. **27**, 649, 1914.
23) K. Siebel, Die Elektrizität in Metallen. (Braunschweig, Vieweg, 1922.)
24) S. R. Williams, Phys. Rev. **2**, 241, 1913.
25) v. Wyss, Wied. Ann. **36**, 447, 1889.
26) H. Zahn, Ann. d. Phys. **14**, 886, 1904; Jahrb. d. Rad. **5**, 166, 1908.
27) Geiger u. Scheel, Handbuch der Physik.
28) L. Graetz, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus.
29) Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen.
30) J. A. Ewing, Magnetische Induktion.
31) N. H. Frank, Zeitsch. f. Phys. **60**, 682, 1930.
32) A. Gray u. E. T. Jones, Proc. R. Soc. **67**, 208, 1901.

(Eingegangen 26. März 1930.)

Elektrischer Widerstand von Gold in magnetischen Feldern bei tiefen Temperaturen.

2. Mitteilung.

Von W. Meißner und H. Scheffers.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Zu unserer ersten Mitteilung[1]) hat Kapitza[2]) bezüglich einiger Punkte kritische Bemerkungen veröffentlicht. Er kommt bei der Auswertung unserer Messungen zu Ergebnissen, die im Gegensatz zu unseren Schlußfolgerungen seiner Ansicht nach mit seinen theoretischen Ableitungen vereinbar sind. Ferner versucht er seine Hypothese betreffs des Zustandekommens der Supraleitfähigkeit aufrecht zu halten. Wir können den Schlußfolgerungen Kapitzas in den meisten Punkten nicht beistimmen aus Gründen, die im folgenden dargelegt sind.

1. Um die in Fig. 1 gezeichnete Asymptote an die experimentelle, $\Delta R/R_0$ als Funktion von H darstellende Kurve zu ermitteln (ΔR = Widerstandszunahme, R_0 = Widerstand bei 0° C, H = Feldstärke), haben wir selbst in einzelnen Fällen eine Hyperbelgleichung benutzt. Kapitza findet für unsere beobachteten Kurven andere Asymptoten, wenn er statt der Hyperbelgleichung seine Formeln für die Kurven benutzt.

Wir haben der Hyperbelgleichung keine besondere Bedeutung beigemessen, sogar ausdrücklich betont, daß sie für kleine H die Beobachtungen nicht richtig wiedergibt (1. Mitteilung S. 834 und 836). Wenn ein Zweifel daran besteht, ob ihre Benutzung zur Berechnung der Asymptote zulässig ist, kann man sich mit einem rein graphischen Verfahren begnügen, das zur Beurteilung der vorliegenden Frage ausreicht, obwohl unserer

1) Phys. Zeitschr. **30**, S. 827, 1929.
2) Kapitza, Proc. Roy. Soc. A. **126**, 683/695, 1930.

Meinung nach mit der Hyperbelextrapolation genauere Aussagen zu erhalten sind.

Es handelt sich hauptsächlich darum, ob Abschnitt a (Fig. 1) ebenso groß ist wie Restwiderstand: R_0 und also wie diese Größe temperaturunabhängig.

In Fig. 2 und 3 sind unsere und Kapitzas Messungen an Gold bei etwa 78,5° (flüssiger

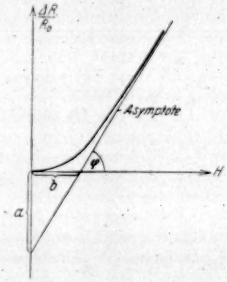

Fig. 1. Art der Widerstandszunahme im Magnetfeld.

Stickstoff) dargestellt. Dabei sind Au 11 und Au 5 zwei Goldeinkristalle großer Reinheit (Au 11 der reinere), Au II ein nicht sehr reiner Golddraht. Die Kurve Kapitzas für sein Gold, dessen Reinheit, nach dem Wert von R/R_0 in flüssigem Stickstoff beurteilt, zwischen der von Au II und Au 5 liegt, haben wir der ersten Arbeit Kapitzas (Proc. Roy. Soc. **123**, 303, 1929) unter Umrechnung[1]) auf unseren Ordinatenmaßstab entnommen.

Zur Gewinnung der Asymptoten an unsere zusammenfallenden Kurven für Au 5 und Au 11 verfährt Kapitza so, daß er die Gleichungen (1) und (2) (vgl. S. 683 seiner zweiten Mitteilung) seiner Theorie

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \beta' \cdot \frac{H^2}{3H_k}\,;\quad H \leqq H_k \qquad (1)$$

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \beta' \left(H - H_k + \frac{H_k^2}{3H}\right);\quad H \geqq H_k, \qquad (2)$$

in denen H_k mit unserem b, sowie $\beta' = \operatorname{tg}\varphi$ mit a/b identisch ist, auf unsere Beobachtungen bei 78,5° anwendet; er erhält dadurch die in den Fig. 2 und 3 mit 1 bezeichnete Asymptote mit den Werten $a = 0{,}8 \cdot 10^{-3}$ und $b = H_k = 7{,}8$ K-Gauß Da nun der Restwiderstand: R_0 z. B. für Au 11 nach unseren Messungen $0{,}29 \cdot 10^{-3}$ beträgt[2]), hält er in Anbetracht der Streuung der Beobachtungspunkte (vgl. unsere 1. Mitteilung) die Übereinstimmung seines a mit diesem Wert für ausreichend, umsomehr, als die nach seinen Werten auf Grund von Gleichung (1) und (2) berechnete Kurve mit unserer beobachteten nahezu übereinstimmt. Dieser Schluß ist jedoch nicht stichhaltig; denn setzt man z. B. $a = 28 \cdot 10^{-3}$ und $b = H_k = 46$ K-Gauß (Werte unserer 1. Mitteilung) und berechnet damit, da jetzt überall $H < H_k$ ist, nur nach der ersten Kapitzaschen Gleichung eine Kurve, so findet man, daß diese sich sogar noch besser mit der von uns durch Ausgleichung der Beobachtungen gefundenen deckt. Das heißt aber, daß man unsere Kurve mit allen möglichen Werten von a und b darstellen kann; der mathematische Grund hierfür liegt offenbar darin, daß der Faktor in Gleichung (1)

$$\frac{\beta'}{H_k} = \frac{a}{H_k^2} = \frac{a}{b^2}$$

denselben Wert für alle möglichen Werte von a und b haben kann, und daß die Kurve nach Gleichung (2) sich oberhalb H_k nur sehr langsam von der durch (1) gegebenen Kurve entfernt. Man kann also aus den Beobachtungen bis 12,5

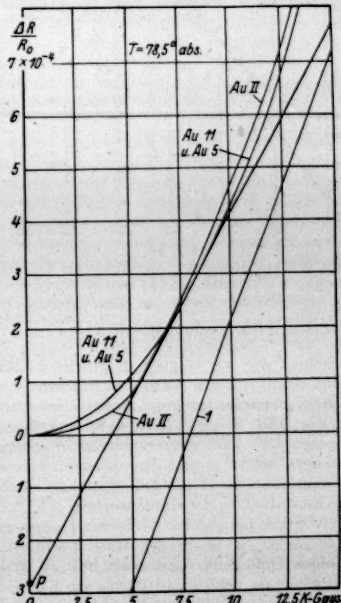

Fig. 2. Messungen mit flüssigem Stickstoff bis 12,5 K-Gauß. 1 Asymptote berechnet von Kapitza für Au 11 und Au 5. *OP* Restwiderstand: R_0 für Au 11.

1) Aus dem von Kapitza angegebenen Wert von R/R_r (R_r = Widerstand bei Raumtemperatur) wurde mit Hilfe des Temperaturkoeffizienten der nur wenig davon verschiedene Wert R/R_0 berechnet.

2) Kapitza setzt dafür irrtümlicherweise $0{,}38 \cdot 10^{-3}$.

K-Gauß (bei 78,5°) (Fig. 2) die Asymptote unmöglich errechnen, und wir haben das in der 1. Mitteilung auch nicht versucht. Dagegen sieht man ohne weiteres aus Fig. 2, daß es offenbar selbst bei Berücksichtigung der Streuung der Beobachtungspunkte (vgl. unsere 1. Mitteilung) unmöglich ist, vom Punkt P aus eine Asymptote zu ziehen, was bei Richtigkeit der Kapitzaschen Hypothese angängig sein müßte.

Anhaltspunkte über die wahre Lage der Asymptote kann man nur gewinnen, wenn es erlaubt ist, die Messungen bei hohen Feldern (Fig. 3) hin-

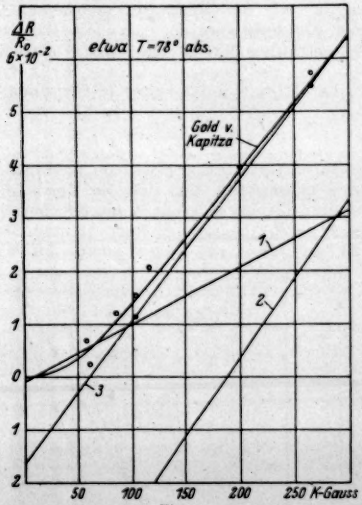

Fig. 3.

Messungen mit flüssigem Stickstoff bis 300 K-Gauß.
1 Asymptote berechnet von Kapitza für Au 5 u. Au 11
2 „ „ „ „ „ Au II
3 „ „ „ „ „ sein Gold
Kreise = Beobachtungspunkte Kapitzas.

zuzuziehen, wie wir es auch in unserer 1. Mitteilung taten. Nach Kapitzas eigenen Messungen an verschieden guten Materialien (Proc. Roy. Soc. **123**, S. 302, Fig. 5, 1929) und an Legierungen (S. 336) sowie auch nach unseren Messungen an Au 11 und Au 5 bei noch tieferen Temperaturen (Au II scheidet wegen anormaler Kurvenform aus) ist der Kurvenanstieg, d. h. auch die Asymptote bei gleicher Temperatur allgemein um so steiler, je besser die Materialprobe ist. Bei einer Gold-Silber-Legierung mit 25 Proz. Silbergehalt ist nach Kapitza bis 300 K-Gauß überhaupt keine Widerstandszunahme feststellbar. Danach hat die in Fig. 3 ebenfalls eingetragene, von Kapitza berechnete Asymptote 1 offenbar eine unmögliche Lage, da Au 11 viel reiner als das Gold von Kapitza ist; die wahre Asymptote für Au 11 muß also sogar noch steiler verlaufen als die Asymptote für Kapitzas Gold. Da nach Fig. 2 die Kurven für die verschiedenen Goldproben bei kleinen H fast zusammenfallen, so wird wahrscheinlich der a-Wert für Au 11 sogar noch größer als für Kapitzas Gold sein. Für letzteres ist $a = 16{,}5 \cdot 10^{-3}$, während der von Kapitza für Au 11 errechnete a-Wert nur $0{,}8 \cdot 10^{-3}$ ist. Der wahrscheinliche a-Wert für Au 11 ist also $\gg 0{,}8 \cdot 10^{-3}$, während der wahre Restwiderstand für Au 11 nur $0{,}29 \cdot 10^{-3}\ R_0$ ist.

Ebensowenig wie für Au 11 und Au 5 kann man für Au II aus den Beobachtungen bis 12,5 K-Gauß (Fig. 2) eine Asymptote errechnen. Die von Kapitza berechnete Asymptote 2 ist in Fig. 3 eingetragen. Wir halten ihre Lage für sehr unwahrscheinlich, legen aber auf die Beobachtungen an Au II überhaupt keinen Wert, da Au II in ganz tiefen Temperaturen ja eine absonderliche, offenbar auf Eisengehalt zu schiebende Kurvenform ergibt, die auch bei 78,5° sich im Gebiete kleiner H bemerkbar macht.

Im Gegensatz zu den Messungen bei 78,5° liefern die Messungen in flüssigem Wasserstoff direkt Näherungswerte für die Asymptotenrichtungen, da die Beobachtungen bis in das Gebiet gehen, wo dR/dH nahezu konstant ist. Kapitza berechnet für die Asymptote an die Kurve für Au 11 den Wert $a = 0{,}77 \cdot 10^{-3}$. Die ihm entsprechende in Fig. 4 eingezeichnete Kapitzasche Asymptote 1 verläuft aber dem mittleren Teil unserer gerade bei 20° abs. sehr genauen Kurve parallel. Also ist für Au 11 $a > 0{,}77 \cdot 10^{-3}$, etwa $1{,}0 \cdot 10^{-3}$, während Restwiderstand: $R_0 = 0{,}29 \cdot 10^{-3}$ ist.

Setzt man für Au 11 $a = OP_1$ = Restwiderstand: R_0 und zeichnet die Tangente an die Kurve von P_1 aus, so erhält man eine Linie, die als Asymptote völlig unmöglich ist (Fig. 4). Ebensowenig ist es möglich von P_2 (OP_2 = Restwiderstand: R_0 für Au 5) aus eine Asymptote an die Kurve für Au 5 zu legen. Es muß hierbei noch betont werden, daß sowohl der Restwiderstand wie die durch die Beobachtungen bei 20,4° gelieferten a-Werte so genau sind, daß der Unterschied von mehreren 100 Proz., wie er selbst zwischen den von Kapitza berechneten a-Werten und dem Restwiderstand vorhanden ist, auf keinen Fall auf Beobachtungsfehler geschoben werden kann.

Aus unseren Messungen bei 4,2° kann man — darin stimmen wir Kapitza zu — die Asymptotenrichtung nicht mit großer Sicherheit entnehmen, aber zweifellos weicht die Tangente im obersten Punkt nicht im entferntesten so weit von der Asymptote ab wie bei 78,5°, da die oberen Stücke der Kurven (besonders deutlich bei Au 5,

wo die Beobachtungswerte sehr wenig streuen) merklich gerade sind. Es ist aber möglich, daß

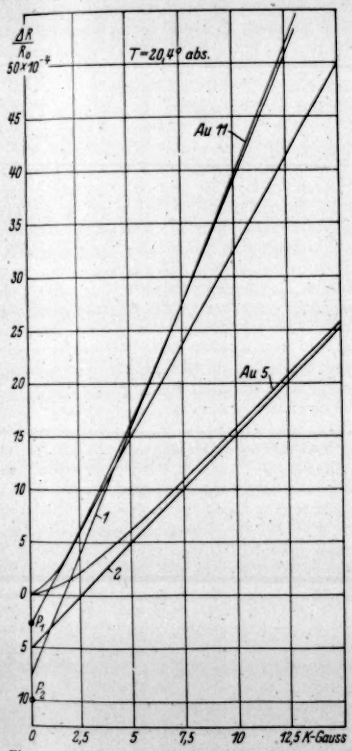

Fig. 4. Messungen mit flüssigem Wasserstoff. 1 und 2 Asymptoten berechnet von Kapitza für Au 11 und Au 5. OP_1 und OP_2 Restwiderstand: R_0 für Au 11 und Au 5.

die a-Werte etwas höher sind als die von uns angegebenen durch Hyperbelextrapolation berechneten Werte. Sicherheit werden Messungen bei höheren Feldstärken geben, die von uns vorbereitet sind.

Schließlich sei bemerkt, daß der Restwiderstand wiederholt bestimmt wurde und vor den Messungen bei 78,5° und 20,4° denselben Wert hatte, wie nach den Messungen bei 4,2°. Die Art der Montierung war während der ganzen Zeit dieselbe und möglichst spannungsfrei. Eine Erklärung der Unterschiede zwischen a-Wert und Restwiderstandswert: R_0 durch Spannungsänderungen u. dgl., wie Kapitza sie vermutet, ist also ausgeschlossen.

Faßt man das, was sich ohne alle Rechnung, lediglich durch Betrachten der Beobachtungskurven angeben läßt, zusammen und vergleicht es mit Kapitzas errechneten Werten, so erhält man Tabelle I.

Kapitza sieht die großen Unterschiede zwischen den von ihm berechneten a-Werten und dem Restwiderstand: R_0 noch als verträglich mit seiner Hypothese an. Uns erscheint die Abweichung von mehr als 100 Proz. bei Au 11 schon so groß, daß man von Übereinstimmung zwischen Restwiderstand und a-Werten nicht sprechen kann. Noch viel weniger scheint uns dies möglich, falls man die Kapitzaschen errechneten a-Werte durch die den Beobachtungen nach den obigen Darlegungen entsprechenden ersetzt, die teilweise nicht einmal der Größenordnung nach mit dem Restwiderstand: R_0 übereinstimmen.

Es ist auch nicht einmal zutreffend, daß kleineren Restwiderständen auch kleinere a-Werte entsprechen, wie die Messungen mit flüssigem Wasserstoff, die besonders zuverlässig sind, zeigen.

Selbstverständlich ist aber die Häufung der Beobachtungen erwünscht. Messungen an anderen Metallkristallen sind von uns vorbereitet.

2. Bezüglich seiner Hypothese, daß die Supraleitfähigkeit lediglich durch plötzliches Verschwinden des Restwiderstandes zustande kommt, gibt Kapitza die von uns betonte Schwierigkeit

Tabelle I.

Goldprobe	Restwiderstand zu R_0 × 10^3	a-Wert × 10^3 bei $T = 78,^0 5$		$T = 20,^0 4$		$T = 4,^0 2$ abs.	
		Berechnet von Kapitza	Nach den Kurven	Berechnet von Kapitza	Nach den Kurven	Berechnet von Kapitza	Nach den Kurven
Au 11	0,29	0,8	$\gg 0,8$ $= \sim 20$	0,77	etwas $> 0,77$ $= \sim 1$	0,4 ?	etwas $> 0,1$
Au 5	1,01	0,8	$\gg 0,8$ $= \sim 20$	0,5	0,5	—	etwas $> 0,05$

zu, die darin besteht, daß z. B. bei Blei im supraleitenden Zustande $R : R_0 < 10^{-10}$ (sogar $< 10^{-12}$)[1]) ist, also viele Zehnerpotenzen kleiner als der Wert, den man für ideal reines Blei dicht oberhalb des Sprungpunktes annimmt. Er sieht aber die Möglichkeit für einen Ausweg darin, daß der Widerstand zwischen $7{,}3^0$ und der Temperatur, bei der die Messung $R/R_0 < 10^{-12}$ ausgeführt wurde ($4{,}2^0$), außerordentlich rasch fällt, also etwa von 10^{-4} auf 10^{-12}.

Dieser Ausweg ist aber unmöglich: Messungen des einen von uns unmittelbar unterhalb des Sprungpunktes zeigten, daß dort $R/R_0 < 10^{-9}$ ist, wobei die Grenze nur durch die Meßgenauigkeit gegeben war. Es wurde dabei nämlich nicht, wie bei den Leidener Versuchen, die Relaxationszeit für den Dauerstrom in einem Bleiring bestimmt, sondern nur eine einfache Widerstandsmessung vorgenommen: Eine Bleispule von etwa 8 Ohm Widerstand bei 0^0 C wurde unterhalb des Sprungpunktes mit 0,12 Ampere belastet und bei langsamer Steigerung der Temperatur und ständigem Kommutieren des Belastungsstromes festgestellt, daß an den Enden des Widerstandes keine Spannung auftrat, die $> 10^{-9}$ Volt war (entsprechend 0,1 mm Galvanometerausschlag). Diese Grenze der Beobachtungsgenauigkeit wurde erst in dem Moment überschritten, wo der plötzliche Anstieg des Widerstandes zu seinem Wert oberhalb des Sprungpunktes begann, d. h. erst bei etwa $7{,}3^0$ abs. Bei dieser Temperatur war also noch $R < 10^{-8}$ Ohm und also $R/R_0 < 10^{-9}$.

Wollte man die Kapitzasche Hypothese retten, so müßte man also annehmen, daß für ideal reines Blei R/R_0 bei $7{,}3^0 < 10^{-9}$ ist, wahrscheinlich bei Erreichung großer Meßgenauigkeit $\ll 10^{-9}$. Dies ist aber so gut wie ausgeschlossen. Grüneisen[2]) ist z. B. der Meinung, daß der Wert $R/R_0 = 0{,}001$ für das von Onnes und Tuyn untersuchte Blei bei $7{,}26^0$ abs. ungefähr dem des ideal reinen Bleis entspricht, daß also der Restwiderstand nahezu zu vernachlässigen ist. Wir hatten in unserer ersten Mitteilung schon vorsichtshalber für ideal reines Blei bei $7{,}3^0$ abs. nur ein R/R_0 von der Größenordnung 10^{-4} angenommen.

Daß R/R_0 dort $< 10^{-9}$ ist, dürfte aber aus folgenden Gründen unmöglich erscheinen: Es müßte dann der ganze Betrag $0{,}001\ R_0$ aus Restwiderstand bestehen und dementsprechend bei allen höheren Temperaturen von R abgezogen werden. Tut man dies mit Kapitza, so erhält man unterhalb 11^0 abs. einen derartig steilen Abfall des Widerstandes, wie ihn die Kapitzasche Fig. 3 darstellt. Zwischen 10,5 und $8{,}5^0$ abs. ist dann, wenn man direkt die Leidener Beobachtungswerte unter Abzug von $0{,}0010\ R_0$ benutzt, der Widerstand im Mittel proportional der 7,5ten Potenz der Temperatur, zwischen 8,8 und $7{,}7^0$ der 15,6ten Potenz der Temperatur. Bei $7{,}3^0$ wäre dann der Widerstand wirklich 0. Mit Rücksicht auf letzteres scheint uns in Kapitzas Fig. 3 die punktierte Linie unterhalb $7{,}6^0$ nicht seiner Angabe, daß er den ganzen Widerstandsbetrag bei $7{,}3^0$ als vom Restwiderstand herrührend ansieht, zu entsprechen: Unterhalb $7{,}3^0$ hat seine Kurve keinen Sinn und ebensowenig die Vermutungen über die Potenz, mit der der Widerstand dort abfällt.

Nun liegt aber bisher nicht der geringste Anlaß vor anzunehmen, daß oberhalb des Sprungpunktes der Widerstand mit einer Potenz der Temperatur von der Größenordnung 16 ansteigt. Viel natürlicher erscheint uns die alte Annahme, daß am Sprungpunkt nicht nur der Restwiderstand, sondern auch der normale Widerstand des ideal reinen Materials verschwindet.

Gegen die Kapitzasche Hypothese spricht auch folgendes: Bernal[1]), der die Konsequenzen der Kapitzaschen Hypothese verfolgte und den Kapitza selbst anführt, wird dazu geführt, daß am Sprungpunkt zufolge „Ausfrierens" der Verunreinigungen röntgenographisch und durch Beobachtung der mechanischen Eigenschaften Änderungen nachweisbar sein müßten. Letzteres ist nicht der Fall[2]). Ersteres wahrscheinlich ebenfalls nicht[3]).

Umgekehrt kann man sich das Zustandekommen der Supraleitfähigkeit mit Hilfe anderer Hypothesen qualitativ gut vorstellen: z. B. kann man mit Grüneisen[4]) annehmen, daß es gleichzeitig zwei Arten von elektrischer Leitung gibt: eine durch freie Elektronen, eine zweite durch Übergang der Elektronen von Atom zu Atom. Am Sprungpunkt führt die zweite, widerstandslose, zum Kurzschluß. Der Strom durch freie Elektronen wird zu Null, so daß Widerstand und Restwiderstand bedeutungslos werden. Die Schwierigkeiten fangen erst an, wenn man theoretisch quantitativ Aussagen zu machen sucht, insbesondere über das plötzliche Verschwinden des Widerstandes, über die Reihenfolge der Sprungpunkte, über den Einfluß des Magnetfeldes und dgl.

1) H. Kamerlingh Onnes, Rep. and Comm. IV. Int. Kältekongreß, London 1924, S. 180. W. Tuyn, Dissertation Leiden 1924.

2) Grüneisen, Hdb. d. Phys. XIII, K 1, 20, Springer 1927.

1) Bernal, Trans. Faraday Soc. 25, 373 u. 374, 1929.

2) W. J. de Haas u. M. Kinoshita, Rigidity of supraconductive metals. Comm. Leiden 187 b. 1927.

3) W. H. Keesom und H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden 1746, 1924.

4) E. Grüneisen, Zeitschr. f. Phys. 51, 652 bis 668, 1928.

(Eingegangen 3. April 1930.)

Über den allgemeinen Charakter und die Gestalt der Formel für die Dielektrizitätskonstante unhomogener Mischungen.

Von A. Piekara.

§ 1.

Um die Dielektrizitätskonstante (DK) einer Mischung ohne sekundäre Einflüsse zu berechnen, steht eine ganze Reihe von verschiedenen Formeln zur Verfügung. In diesen Formeln treten folgende Größen auf: ε — die DK der Mischung, ε_1 und ε_2 — die DK der beiden Bestandteile und δ — die Volumenkonzentration jenes der Bestandteile, der die DK ε_1 besitzt. Diese Formeln lauten:

$$\sqrt{\varepsilon} = \delta\sqrt{\varepsilon_1} + (1-\delta)\sqrt{\varepsilon_2} \qquad (1)$$

(Beer),

$$\varepsilon = \delta\varepsilon_1 + (1-\delta)\varepsilon_2 \qquad (2)$$

(Silberstein),

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} = \delta\frac{\varepsilon_1-1}{\varepsilon_1+2} + (1-\delta)\frac{\varepsilon_2-1}{\varepsilon_2+2} \qquad (3)$$

(Lorenz-Lorentz),

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+u} = \delta\frac{\varepsilon_1-1}{\varepsilon_1+u} + (1-\delta)\frac{\varepsilon_2-1}{\varepsilon_2+u} \qquad (4)$$

(Wiener),

(u ist eine Größe, die von der Art der Mischung abhängt),

$$\lg\varepsilon = \delta\lg\varepsilon_1 + (1-\delta)\lg\varepsilon_2 \text{ (Lichtenecker).} \qquad (5)$$

Wie man sieht, haben diese Formeln folgende Gestalt:

$$f(\varepsilon) = \delta f(\varepsilon_1) + (1-\delta) f(\varepsilon_2). \qquad (6)$$

Wir werden dieses so ausdrücken: die für die DK der Mischungen geltenden Formeln besitzen eine Additivitätseigenschaft[1]). Diese Eigenschaft ist nicht a priori sichtbar; sie ist auch keine Folge der Erfahrung. Es steht auch keine der Formeln (1) bis (5) mit der Erfahrung in Übereinstimmung.

In dieser Abhandlung werden nur solche Mischungen betrachtet, welche folgende Bedingungen erfüllen:

1. Keiner von den beiden Bestandteilen der Mischung übt auf die Eigenschaften des anderen Einfluß aus, d. h. bei der Mischung treten keine sekundären Erscheinungen auf.

2. Ein Bestandteil stellt eine Menge von Kügelchen dar, welche im Verhältnis zu ihren gegenseitigen Abständen klein sind und welche in regelloser Anordnung in dem zweiten Bestandteile eingebettet sind.

Solche Mischungen werden wir weiter „ideale (unhomogene) Mischungen" nennen.

1) Die Ausnahme bildet die Rayleighsche Formel, s. Anm. 1 auf der S. 582.

Jetzt werden wir 3 Postulate aufstellen, welche durch die für die DK der idealen Mischungen geltende Formel erfüllt sein müssen. Diese Postulate werden auch; unter gewissen Bedingungen (s. unten), nicht nur für die idealen Mischungen Gültigkeit haben, sondern auch für Mischungen, die wir „quasi-ideale" nennen werden. Diese unterscheiden sich von den idealen Mischungen nur durch nichtkugelige Gestalt der Bausteine; bei ihnen aber bildet unbedingt einer von beiden Bestandteilen eine geschlossene Phase.

Die DK ε der idealen Mischungen hängt von drei Größen ab: ε_1, ε_2 und δ[1]):

$$\varepsilon = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta). \qquad (7)$$

Die oben erwähnten Postulate, welche durch die Funktion $\varepsilon = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta)$ erfüllt sein müssen, sind folgende:

Postulat I. a) $\varepsilon = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta)$ ist eine stetige und eindeutige Funktion, deren Veränderliche folgende Ungleichheiten erfüllen:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1 \geqslant 1,\ \varepsilon_2 \geqslant 1,\ \varepsilon \geqslant 1, \\ 0 \leqslant \delta \leqslant 1\ ; \end{array}\right\} \qquad (8)$$

b) $\varepsilon = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta)$ ist eine wachsende Funktion der beiden Veränderlichen ε_1 und ε_2, wie sie auch ferner eine abnehmende Funktion der Veränderlichen δ ist, falls $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, oder eine wachsende, falls $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ ist;

c) es ist $F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, 0) = \varepsilon_2$
und $F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, 1) = \varepsilon_1$. $\qquad (9)$

Postulat II. Es ist

$$F(n\varepsilon_1, n\varepsilon_2, \delta) = nF(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta), \qquad (10)$$

wo n eine beliebige positive Zahl ist; d. h.: die DK der Mischung wird n-fach, wenn man die DK der beiden Bestandteile ver-n-facht. (Das ist das bekannte durch Wiener aufgestellte Proportionalitätspostulat.)

Postulat III.

a) $$\lim_{\varepsilon_1 \to +\infty} \varepsilon = \lim_{\varepsilon_1 \to +\infty} F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta) = F^*(\varepsilon_2, \delta), \qquad (11)$$

wo F^* eine stetige Funktion für $\varepsilon_2 \geqslant 1$ und $0 \leqslant \delta \leqslant 1$ bildet;

b) $$\lim_{\varepsilon_2 \to +\infty} \varepsilon = \lim_{\varepsilon_2 \to +\infty} F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta) = +\infty. \qquad (12)$$

1) Ist die Mischung quasi-ideal, so hängt ε noch von 4 Faktoren ab:
1. von der Teilchengröße der dispersen Phase,
2. von der Art der Einlagerung der Teilchen,
3. von ihrer Raumorientierung und
4. von ihrer Form.
Unsere Betrachtungen sind für quasi-ideale Mischungen nur dann gültig, wenn die Faktoren 3 und 4 unveränderlich bleiben und wenn sich mit δ nur die Faktoren 1 und 2 in bestimmter und immer auf dieselbe Weise ändern. Im entgegengesetzten Falle würde die Funktion (9) von weiteren, näher nicht bestimmten Veränderlichen abhängig sein, oder sie würde eine nicht eindeutige Funktion von δ werden.

Bemerkung zum Postulat I. Die in diesem Postulat ausgesprochenen Forderungen sind eine Folge der physikalischen Bedeutung der Größen ε, ε_1, ε_2 und δ. Aus a), b) und c) ergibt sich sofort:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_1 \leqq \varepsilon \leqq \varepsilon_2, \\ \text{oder} \quad &\varepsilon_2 \leqq \varepsilon \leqq \varepsilon_1. \end{aligned} \Big\} \qquad (13)$$

Dieses Postulat wird durch alle Formeln (1) bis (5) erfüllt.

Bemerkung zum Postulat II. Dieses von O. Wiener stammende Postulat stützt sich auf die Tatsache, „daß der Verlauf der Kraftlinien an der Grenze zweier Mittel nur von dem Verhältnis, nicht aber von dem Absolutwert der Dielektrizitätskonstanten der beiden Bestandteile abhängt“[1]). Dieses Postulat erfüllen nur die Formeln (1), (2) und (5).

Bemerkung zum Postulat III. Die Gleichung (11) folgt im wesentlichen aus dieser Tatsache: Befindet sich zwischen Kondensatorplatten z. B. ein kleines Metallteilchen, dann wird die Kapazität dieses Kondensators zu einem Wert anwachsen, der sich stetig mit ε_2 und δ ändern wird. Wenn dagegen die DK ε_2 des umgebenden Mediums unbegrenzt anwächst, dann wächst auch unbegrenzt die DK der ganzen Mischung (Gleichung (12)). Sie verhält sich jetzt wie ein Leiter und der Verlauf der Kraftlinien ist unabhängig davon, was sich im Innern dieses Körpers befinden würde. Dieses Postulat wird durch keine der Formeln (1) bis (5) erfüllt[2]).

§ 2.

Es ist nun die Frage, können die Formeln für die DK der Mischungen, falls sie den Additivitätscharakter besitzen (d. h. wenn sie die Gestalt der Gleichung (6) haben), alle im vorigen Paragraphen angeführte Postulate erfüllen? Die Antwort fällt verneinend aus. Ja, wir werden sogar folgenden Satz beweisen: eine Formel, die die Postulate I und III erfüllt, kann nicht den Additivitätscharakter besitzen. Dieser Satz wird so für ideale wie auch für quasi-ideale Mischungen gültig sein (s. die Vorbehaltungen in Anm. 1, S. 579, r. Sp.).

Der Beweis zerfällt in zwei Teile: A) wir werden zeigen, daß wenn eine reelle[1]) Funktion $f(\xi)$ der reellen Veränderlichen ξ die Gleichung (6) erfüllt, woraus berechnetes ε das Postulat I erfüllt, dann bildet $f(\xi)$ eine bestimmte, stetige und monotone Funktion für alle Werte $\xi > 1$, B) es wird gezeigt, daß wenn $f(\xi)$ obige Eigenschaften besitzt, dann steht die Gleichung (6) mit dem III. Postulat im Widerspruch.

A) Unsere Funktion $f(\xi)$ soll wenigstens für gewisse Werte von $\xi > 1$ bestimmte Werte annehmen, widrigenfalls verlöre unser Problem seinen Sinn. Es sollen also $f(\xi_1)$ und $f(\xi_2)$ bestimmte Werte von $f(\xi)$ sein, wobei z. B. $\xi_1 < \xi_2$ ist. Wenn wir $\varepsilon_1 = \xi_1$ und $\varepsilon_2 = \xi_2$ wählen, dann ist auf Grund des Postulates I $\xi = F(\xi_1, \xi_2, \delta)$ eine im Intervalle (0,1) stetige Funktion der Veränderlichen δ. Sie nimmt von ξ_2 bis ξ_1 ab, wenn δ von 0 bis 1 wächst. Es ist ersichtlich, daß mit Hilfe der Gleichung:

$$f(\xi) = \delta f(\xi_1) + (1 - \delta) f(\xi_2)$$

$f(\xi)$ im ganzen Intervalle (ξ_1, ξ_2) bestimmt ist. Wenn wir dagegen $\varepsilon_1 = \xi_1$ und $\varepsilon = \xi_2$ wählen, dann folgt auf Grund des Postulates I, daß $\varepsilon_2 = \xi$ nur in den Grenzen $(\xi_2, +\infty)$ sich ändern kann. Wieder mit Hilfe der Gleichung (6):

$$f(\xi_2) = \delta f(\xi_1) + (1 - \delta) f(\xi)$$

sind wir imstande, die Funktion $f(\xi)$ für einen Wert $\xi_3 > \xi_2$ zu berechnen. Daraus folgt, daß $f(\xi)$ im ganzen Intervalle (ξ_1, ξ_3) bestimmt ist. Auf analoge Weise werden wir folgern, daß $f(\xi)$ für alle Werte von $\xi > 1$ bestimmt ist.

Um zu zeigen, daß bei unseren Voraussetzungen $f(\xi)$ eine stetige und monotone Funktion für $\xi > 1$ sein soll, bemerken wir, daß für bestimmte Werte ε_1 und ε_2 die Gleichung (6) folgende Form annimmt:

$$f[\xi(\delta)] = A\,\delta + B.$$

A und B sind hier konstante Glieder. $\xi(\delta)$ ist auf Grund des Postulates I eine im Intervalle (0,1) stetige und monotone Funktion der Veränderlichen δ. Daraus ist ersichtlich, daß $f(\xi)$ eine stetige und monotone Funktion zwischen $\varepsilon_2 = \xi(0)$ und $\varepsilon_1 = \xi(1)$ bildet. Obige Eigenschaft ist für alle $\xi > 1$ wichtig, weil ε_1 und ε_2 beliebige aber mit (8) übereinstimmende Werte haben.

B) Jetzt können wir unseren Satz beweisen, daß die stetige und monotone Funktion $f(\xi)$ für $\xi > 1$ die Gleichung (6) nicht erfüllen kann, falls $\varepsilon = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta)$ das Postulat III erfüllt.

Um dies zu beweisen, nehmen wir an, daß solche Funktion existiert. Da sie stetig und mono-

1) K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **27**, 117, 1926.

2) Der erste Teil des Postulates III (Gl. (11)) ist durch die Formeln von Lorenz-Lorentz und Wiener erfüllt. Deswegen wurde in meinen auf S. 581 zitierten Arbeiten für die DK der Emulsionen von Quecksilber in Vaseline und Öl eine von diesen Formeln, nämlich die Lorenz-Lorentzsche, angewandt. Andere Formeln sind nicht anwendbar, weil sie in diesem Falle für ε einen unendlichen Wert liefern.

1) Durch diese Voraussetzung wird unser Beweis nicht beschränkt. Wäre nämlich $f(\xi)$ eine komplexe Funktion, dann würde ihr reeller wie auch imaginärer Teil, jeder für sich, die Funktionengleichung (6) erfüllen müssen.

ton für alle $\xi \geqslant 1$ ist, so besitzt sie, falls $\xi \to +\infty$, entweder eine Grenze, oder sie strebt zum $\pm\infty$. Betrachten wir die beiden Fälle:

1. Es soll $\lim_{\xi \to +\infty} f(\xi) = a$ sein, wo a eine beliebige Zahl ist. Legen wir für ε_1 einen endlichen Wert, während $\varepsilon_2 \to +\infty$. Dann gibt die Gleichung (6):

$$f(\varepsilon) = \delta\,[f(\varepsilon_1) - a] + a.$$

Für alle $\varepsilon_1 > 1$ ist überdies $f(\varepsilon_1) \neq a$. Aus dieser Formel ergibt sich, daß für $\varepsilon_1 \geqslant 1$ und $0 < \delta < 1$ (die Zufälle des homogenen Mediums können wir außer acht lassen) $f(\varepsilon) \neq a$ ist; ε bleibt also endlich, was dem zweiten Teil des III. Postulates widerspricht.

2. Es soll $\lim_{\xi \to +\infty} f(\xi) = \pm\infty$ sein. Legen wir für ε_2 einen endlichen Wert, während $\varepsilon_1 \to +\infty$. Dann $f(\varepsilon_1) \to \pm\infty$ und für $0 < \delta < 1$ ist auch $f(\varepsilon) = \pm\infty$, wie das sich aus der Gleichung (6) ergibt. Das kann nur für $\varepsilon = +\infty$ gelten und steht mit dem ersten Teil des III. Postulates im Widerspruch.

Wir haben also folgenden Satz bewiesen: wenn die Veränderlichen ε, ε_1 und ε_2 durch eine die Postulate I und III erfüllende Funktion $\varepsilon = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta)$ gebunden sind, dann existiert keine Funktion $f(\xi)$, welche für diese Veränderlichen die Gleichung (6) erfüllen würde. Mit anderen Worten: die für die DK der idealen (und quasi-idealen) Mischungen geltende Formel kann die durch die Gleichung (6) ausgedrückte Additivitätsbedingung nicht erfüllen.

Dieser Satz ist für alle $\varepsilon_1 \geqslant 1$, $\varepsilon_2 \geqslant 1$ und $0 < \delta < 1$ gültig. Man kann meinen, daß für nicht sehr verschiedene ε_1 und ε_2 eine Formel von Gestalt (6) mit der Erfahrung annähernd übereinstimmen wird[1]). Aber die Beschränkung des Variabilitätsbereiches von ε_1 und ε_2 (besonders aber von ε_1) vermindert sehr bedeutend die Anwendbarkeit der Formel. Man kann sie nicht z. B. für Metallkolloide, Emulsionen, deren Bestandteile sehr verschiedene DK haben, um so mehr für Quecksilberemulsionen und dergleichen anwenden. In der Erfahrung dagegen treten sehr oft sehr schwache Konzentrationen der dispersen Phase auf. Aus diesem Grunde werden wir die Überlegungen der nächsten Paragraphen nur für im Vergleich mit 1 sehr kleine Volumenkonzentrationen δ ($\delta \ll 1$) beschränken. Der Variabilitätsbereich von ε_1 und ε_2 dagegen wird ohne Beschränkung bleiben.

1) Vgl. die Anwendungen der logarithmischen Mischungsregel für binäre Gemische (K. Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **26**, 297, 1925; **27**, 833, 1926). Es ist ersichtlich, daß die Formeln (1), (2) und (5) desto größere Abweichungen von den Meßergebnissen liefern, je größer ε_1 von ε_2 ist.

§ 3.

Um die Funktion (9)

$$\varepsilon = F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta)$$

etwas näher zu untersuchen, werden wir uns nicht nur auf die Postulate I, II und III stützen, sondern wir werden noch eine von dem Verfasser auf experimentellem Wege festgestellte Tatsache heranziehen[1]). Es zeigte sich nämlich, daß für Emulsionen von Alkohol-Wasser-Gemisch und Quecksilber in Paraffinöl die Abhängigkeit ε von δ (für $\delta \leqslant 0{,}002$) zur linearen Abhängigkeit sehr angenähert, dagegen für Emulsionen von Quecksilber in Vaseline diese Abhängigkeit — in experimentellen Fehlergrenzen — streng linear (sogar für $\delta \leqslant 0{,}034$) ist. Als Ursache dieser Abweichungen von der Linearität für flüssige Emulsionen nimmt der Verfasser eine richtende Wirkung an, die die elektrische Ladung der Kügelchen auf die Dipolmoleküle der Flüssigkeit ausübt. Die gerichteten Dipole reagieren fast gar nicht auf die Schwingungen des äußeren Feldes und auf solche Weise vermindert sich die DK der Emulsion. Diese sekundären Erscheinungen kommen in Vaselinemulsionen nicht vor. Folglich können wir annehmen, daß für die idealen Mischungen von sehr kleiner Volumenkonzentration der geschlossenen Phase ($\delta \ll 1$) ε eine lineare Funktion von δ ist. Also

$$\varepsilon = \varepsilon_2 + \varphi\,\delta, \tag{14}$$

da $\varepsilon = \varepsilon_2$ sein muß, falls $\delta = 0$. Hier stellt φ eine von ε_1 und ε_2, aber nicht von δ, abhängige Funktion dar[2]). Wenn wir $\dfrac{\varphi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}{\varepsilon_2} = \psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ setzen, dann wird

$$\varepsilon = \varepsilon_2\,[1 + \psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \cdot \delta].$$

Da für $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ und beliebiges δ $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ sein soll, so muß $\psi(\varepsilon_1, \varepsilon_1) = 0$ sein. Die Formel (14) kann man also in folgender Gestalt ausdrücken:

$$\varepsilon = \varepsilon_2 \left[1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}\,\delta\right]. \tag{15}$$

Um einige Eigenschaften der Funktion Ψ zu erkennen, werden zu der Formel (15) die Postulate I, II und III angewandt. Es geht aus dem Postulat I hervor, daß $\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ eine stetige Funktion der beiden Veränderlichen für $\varepsilon_1 \geqslant 1$ und $\varepsilon_2 \geqslant 1$ darstellt. Es kann nicht $\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0$

1) A. Piekara, Bull. de l'Ac. Polonaise des Sc., Serie A, 201 und 223, 1928; Koll.-Zeitschr. **49**, 97, 1929.

2) In den von mir untersuchten Emulsionen trat zwar die Abhängigkeit der DK von Kügelchengröße auf, da sie nicht „unendlich klein" im Verhältnis zu dem Kondensatorplattenabstand war, dennoch aber wurde bei konstanter Kügelchengröße die lineare Abhängigkeit zwischen ε und δ festgestellt.

sein; Ψ muß also stets positiv oder negativ sein. Aus jeder Ungleichheit (13) gelangen wir in beiden Fällen zu Ungleichheiten:

$$\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) > 0 \tag{16}$$

und

$$\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) > \delta\, \varepsilon_2;$$

von hier:

$$\lim_{\varepsilon_1 \to +\infty} \Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = +\infty .$$

Aus dem Postulat IIIa geht hervor, daß

$$\lim_{\varepsilon_1 \to +\infty} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} = \frac{1}{a}, \tag{17}$$

wo $a > 0$ auf Grund des Postulates I und eine Konstante (unabhängig von ε_2) auf Grund des Postulates II ist.

Möge $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ sein, dann wird $\varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_2$ sein. Davon:

$$\frac{1}{\delta}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1\right) < \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} < 0 .$$

Aber die Funktion $\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}$ muß eine wachsende Funktion von ε_1 sein (Postulat I). Es ist ersichtlich, das Postulat II anwendend, daß sie eine abnehmende Funktion von ε_2 ist. Deswegen:

$$-\frac{1}{\delta^*} \leqslant \lim_{\varepsilon_2 \to +\infty} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} < 0,$$

wo δ^* hier eine beliebige Volumenkonzentration bezeichnet, bei welcher die Gleichung (14) noch gültig ist (das Zeichen $=$ ist hier natürlich unwesentlich). Also:

$$\lim_{\varepsilon_2 \to +\infty} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} = -\frac{1}{b}, \tag{18}$$

wo $b > \delta^*$ sein muß, und weder den Wert 0 noch ∞ annehmen kann [1]).

Kurz zusammenfassend: die Formel für die DK der idealen Mischung (auch für die DK der quasi-idealen Mischung s. die Vorbehaltungen in Anm. 1, S. 579, r. Sp.) nimmt für $\delta \ll 1$ folgende Gestalt an:

$$\varepsilon = \varepsilon_2\left[1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}\,\delta\right],$$

wo $\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ eine Funktion von ε_1 und ε_2 bezeichnet, die für alle Werte von $\varepsilon_1 \geqslant 1$ und $\varepsilon_2 \geqslant 1$ durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet ist:

1. immer ist $\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) > 0$,

2. $\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}$ ist eine wachsende Funktion von ε_1 und eine abnehmende Funktion von ε_2,

3. $\lim\limits_{\varepsilon_1 \to +\infty} \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} = \dfrac{1}{a}$, wo $a > 0$ eine Konstante ist (oder $\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ wächst zugleich mit der ersten Potenz von ε_1 zu $+\infty$ an),

4. $\lim\limits_{\varepsilon_2 \to +\infty} \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} = -\dfrac{1}{b}$, wo $b > \delta^*$ eine Konstante ist (oder $\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ wächst zugleich mit der ersten Potenz von ε_2 zu $+\infty$ an),

5. $\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ wird n-fach, wenn man ε_1 und ε_2 ver-n-facht:

$$\Psi(n\varepsilon_1, n\varepsilon_2) = n\,\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2). \tag{19}$$

Alle diese Bedingungen erfüllt z. B. die Funktion $a\varepsilon_1 + b\varepsilon_2$ so, daß unsere Formel in

$$\varepsilon = \varepsilon_2\left[1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{a\varepsilon_1 + b\varepsilon_2}\,\delta\right] \tag{15'}$$

übergeht. Diese Gestalt ist nicht die einzige, aber sie ist hinreichend dafür, um für $\delta \ll 1$ und alle Werte von ε_1 und ε_2 die durch die Postulate I, II und III und durch das Experiment geforderten Bedingungen zu erfüllen. Es ist möglich, daß die Funktion Ψ eine mehr komplizierte Gestalt als $a\varepsilon_1 + b\varepsilon_2$ hat, aber es ist auch möglich, daß diese Funktion mit entsprechend gewählten Koeffizienten ausreichend sein wird, um von dem Experiment Rechenschaft abzulegen. Die Ermittlung der Koeffizienten a und b (oder überhaupt der Gestalt von Ψ) würde einerseits eine Aufgabe der exakten mathematischen Theorie sein [1]) — was große Schwierigkeiten darstellt —

1) Für unhomogene Mischungen in kubischer Anordnung der Kügelchen, hat J. W. Rayleigh (Phil. Mag. **34**, 481, 1892), auf die Potentialtheorie sich stützend, folgende Formel aufgestellt:

$$\varepsilon = 1 + \frac{3\delta(\varepsilon_1 - 1)}{\varepsilon_1 + 2 - \delta(\varepsilon_1 - 1) - 1{,}65\dfrac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + {}^4/_3}\,\delta^{\frac{10}{3}}(\varepsilon_1 - 1)}$$

(die DK des umgebenden Mediums $= 1$). Eine ziemlich gute Übereinstimmung mit der Erfahrung hat W. John (Ann. der Phys. **55**, 299, 1918) gefunden. Um die Rayleighsche Formel für die DK ε_2 auszudrücken, muß man, statt ε und ε_1, $\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_2}$ und $\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ setzen. Dann wird:

$$\varepsilon = \varepsilon_2\left[1 + \frac{3(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\delta}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 - \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + 1{,}65\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + {}^4/_3\varepsilon_2}\,\delta^{\frac{10}{3}}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}\right]$$

Wenn wir uns auf die Mischungen von sehr kleiner Konzentration ($\delta \ll 1$) beschränken wollen, dann können wir in dem Nenner dieser Formel die letzten Ausdrücke (außer $\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2$) vernachlässigen. Dann ergibt sich:

$$\varepsilon = \varepsilon_2\left[1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\frac{1}{3}\varepsilon_1 + \frac{2}{3}\varepsilon_2}\,\delta\right].$$

Diese Formel hat nicht nur die Gestalt der Formel (15), sondern auch die der Formel (15') mit Koeffizienten: $a = {}^1/_3$ und $b = {}^2/_3$.

1) b ist auch von ε_1 unabhängig, weil man $\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}$ auf Grund des II. Postulates wie eine Funktion der einzigen Veränderlichen $\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ betrachten kann (s. u.).

andererseits wäre dies eine Aufgabe der experimentellen Untersuchungen über die idealen Mischungen, also in erster Linie über die ohne sekundären Erscheinungen.

Von dem II. Postulat in Form der Gleichung (19) Gebrauch machend, können wir die Formel (15) in anderer Form ausdrücken. Setzen wir

$$\varkappa = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_2} \quad \text{und} \quad \varkappa_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2},$$

d. h. wir wollen ε_2 als Einheit der DK betrachten. Dann ergibt sich:

$$\varkappa = 1 + \frac{\varkappa_1 - 1}{\Psi(\varkappa_1)}\,\delta, \tag{15a}$$

weil $\frac{1}{\varepsilon_2}\,\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \Psi\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, 1\right)$. Hier ist die Funktion $\Psi(\varkappa_1)$ durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet:

1. immer ist $\Psi(\varkappa_1) > 0$,
2. $\frac{\varkappa_1 - 1}{\Psi(\varkappa_1)}$ ständig eine wachsende Funktion ist,
3. $\lim_{\varkappa_1 \to +\infty} \frac{\varkappa_1 - 1}{\Psi(\varkappa_1)} = \frac{1}{a}$, wo $a > 0$ ist,
4. $\Psi(0) = b$, wo $b > \delta^*$ ist.

Die analoge Formel zu (15′) wird lauten:

$$\varkappa = 1 + \frac{\varkappa_1 - 1}{a\varkappa_1 + b}\,\delta. \tag{15a′}$$

Es soll nun aus der Formel (15) ein wichtiger Schluß gezogen werden. Für $\varepsilon_1 = +\infty$ geht sie in:

$$\varepsilon = \varepsilon_2\left(1 + \frac{1}{a}\,\delta\right) \tag{20}$$

über. Wenn man $\varepsilon - \varepsilon_2 = \Delta\varepsilon$ setzt, erhält man:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\varepsilon_2}{a}\,\delta. \tag{21}$$

Die experimentellen Untersuchungen über die DK von *Hg*/Vaselinemulsionen, welche ich durchgeführt habe (loc. cit.), erlauben den Wert von a zu bestimmen. Denn diese Emulsionen erfüllen folgende Bedingungen:

1. Die dispergierende Phase wird von der Vaseline gebildet, die beinahe ein fester Stoff ist, in welchem die sekundären Erscheinungen fast unmöglich sind, was auch experimentell bestätigt wurde;

2. Die Werte von δ waren sehr klein im Vergleich mit 1;

3. Die *Hg*-Kügelchen waren sehr klein: ihre Durchmesser waren durchschnittlich etwa 1000 mal kleiner als die Entfernung der Kondensatorplatten.

Es sind die für eine sehr feinkörnige Emulsion erhaltene Daten:

$$\varepsilon_2 = 2{,}25,$$
$$\delta = 0{,}00976,$$
$$\Delta\varepsilon = 0{,}087.$$

Von hier $\frac{1}{a} = 3{,}96$, oder rund

$$\frac{1}{a} = 4.$$

Die Formel (21) dagegen wird lauten:

$$\Delta\varepsilon = 4\varepsilon_2\delta. \tag{22}$$

Diese Formel kann man auch für solche Emulsionen, Kolloidlösungen u. dgl. anwenden, in welchen die sekundären Erscheinungen auftreten und welche sich durch große Werte von ε_2, oder durch den ausgeprägten Dipolcharakter auszeichnen. Man erhält so den „reinen Mischungseffekt", den wir durch $\Delta\varepsilon_m$ bezeichnen. Auf experimentellem Wege wird indessen für diese Mischung ein anderer Wert von $\varepsilon - \varepsilon_2$ gefunden, den wir mit $\Delta\varepsilon_e$ bezeichnen. Dann erlaubt die Gleichung:

$$\Delta\varepsilon_m + \Delta\varepsilon_e = \Delta\varepsilon_s \tag{23}$$

diese Veränderung $\Delta\varepsilon_s$ der DK der Mischung zu berechnen, welche von sekundären Erscheinungen herrührt. Meistens ist das eine Verminderung der DK, die eine Folge des richtenden Einflusses der elektrischen Ladung auf die umgebenden Flüssigkeitsdipole ist (der „Dipoleffekt"). In Ölemulsionen ist er, wie ich früher gefunden habe (loc. cit.) der Größenordnung nach 10^{-3}. Neuerdings durchgeführte Untersuchungen über die DK von Gold- und Quecksilbersole[1]) erwiesen, daß die DK dieser Sole nicht so viel von der des reinen Wassers kleiner ist, wie das Keller[2]) angibt: dieser Unterschied ist nicht größer als kaum 0,1. Der Dipoleffekt ist hier nun der Größenordnung nach 10^{-1}.

§ 4.

Um einen Zusammenhang zwischen meiner und der Lichteneckerschen Formel zu erhalten, logarithmieren wir die Formel (15):

$$\ln\varepsilon = \ln\varepsilon_2 + \ln\left[1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}\,\delta\right],$$

oder in Annäherung, wenn $\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}\,\delta \ll 1$ ist (d. h. ε_1 und ε_2 nicht sehr untereinander verschieden und $\delta \ll 1$ sind):

$$\ln\varepsilon = \ln\varepsilon_2 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}\,\delta. \tag{24}$$

1) A. Piekara, C. R. des Séances de la Soc. Polon. de Phys. **4**, 267, 1929.
2) R. Keller, Koll.-Zeitschr. **29**, 193, 1921.

Stellen wir nun die Forderung, daß diese Formel die Gestalt der die Additivitätsbedingung ausdrückenden Gleichung

$$f(\varepsilon) = f(\varepsilon_2) + [f(\varepsilon_1) - f(\varepsilon_2)]\,\delta \qquad (6a)$$

annehmen soll. Es sollen ε_1 und ε_2 konstant sein. Aus Gleichung (24) geht hervor:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \delta} = \varepsilon \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)},$$

dagegen aus der Gleichung (6a) erhalten wir:

$$\frac{df(\varepsilon)}{d\delta} = \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \delta}$$

$$= \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon}\,\varepsilon \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} = f(\varepsilon_1) - f(\varepsilon_2).$$

So ergibt sich:

$$\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{f(\varepsilon_1) - f(\varepsilon_1)}{\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}} = \frac{\text{Const}}{\varepsilon}$$

und nach Integration:

$$f(\varepsilon) = \alpha \ln \varepsilon + \beta,$$

wo α und β Konstante sind. Dieselbe Gestalt müssen die Funktionen $f(\varepsilon_1)$ und $f(\varepsilon_2)$ besitzen. Folglich sind wir zu der logarithmischen Mischungsgleichung

$$\ln \varepsilon = \ln \varepsilon_2 + (\ln \varepsilon_1 - \ln \varepsilon_2)\,\delta$$

gelangt. Nun sehen wir, daß die Formel (24), wenn sie die Additivitätsbedingung erfüllen soll, in die Lichteneckersche Formel übergehen muß. Diese Formel kann im allgemeinen für unhomogene Mischungen nicht gültig sein, da sie das Postulat III a) nicht erfüllt; für die homogenen Mischungen dagegen gibt sie ziemlich gute Resultate[1]).

Dasselbe Verfahren, unmittelbar bei der Formel (15) angewandt, führt zu der Silbersteinschen Formel, die das Postulat III a) nicht erfüllt und von der Erfahrung (sowohl für homogene wie auch für unhomogene Mischungen) vollständig abweicht[2]).

Die auf unsere Postulate gestützten Überlegungen und Ergebnisse sind nicht nur für die DK sondern auch für die Leitfähigkeit, Widerstand usw. der unhomogenen Mischungen als gültig anzusehen.

Ergebnisse.

1. Es wurden zwei Postulate (I und III) aufgestellt, die zugleich mit dem Wienerschen Proportionalitätspostulat (II) durch die für die DK der idealen Mischungen geltende Formel erfüllt sein müssen.

2. Auf Grund der Postulate I und III hat der Verfasser bewiesen, daß die Formel für die DK einer idealen Mischung nicht die Additivitätsbedingung erfüllen kann (d. h. sie kann nicht die Form der Gleichung (6) haben).

3. Auf Grund obiger drei Postulate und einer von dem Verfasser auf experimentellem Wege festgestellten Tatsache (nämlich, daß die Abhängigkeit ε von δ linear ist), wurde für die DK der idealen Mischungen folgende Formel aufgestellt:

$$\varepsilon = \varepsilon_2\left[1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}\,\delta\right].$$

Hier ist die Funktion Ψ durch die auf S. 582 angebrachten Eigenschaften gekennzeichnet. Auf Grund dieser ist es sehr wahrscheinlich, daß diese Funktion die einfache Gestalt $a\varepsilon_1 + b\varepsilon_2$ besitzt. Diese Formel ist nur für $\delta \ll 1$, aber für alle Werte von ε_1 und ε_2 gültig.

4. Wenn wir die Forderung stellen, daß diese Formel die Additivitätsbedingung erfüllen soll (wodurch sie für die idealen Mischungen ungültig wird), dann geht sie in die Lichteneckersche oder Silbersteinsche Formel über.

5. Für die idealen Mischungen, deren geschlossene Phase unendliche DK besitzt, geht die obige Formel in

$$\triangle \varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_2}{a}\,\delta$$

über.

6. Wie aus den früheren experimentellen Untersuchungen der Verfassers hervorgeht, ist $\frac{1}{a}$ = etwa 4. Die Formel

$$\triangle \varepsilon = 4\varepsilon_2 \delta$$

in Verbindung mit Gleichung (23) gibt eine Methode, den Einfluß der sekundären Erscheinungen in den unhomogenen Mischungen, insbesondere den in Kolloidlösungen und Emulsionen auftretenden Dipoleffekt zu untersuchen.

Rydzyna, woj. Poznańskie.

(Eingegangen 18. März 1930.)

1) K. Lichtenecker, l. c.
2) M. Grützmacher, Zeitschr. f. Phys. **28**, 342, 1924.

Über die Schwankungen der Ionisation der Bodengase in Sibirien im Laufe des Jahres.

Von Marie Orlowa, G. Hodalewitsch und N. Ljamin.

Die Anwesenheit radioaktiver Emanationen in der Luft, die aus der Erde gezogen wurde, ist von Elster und Geitel wie von anderen Forschern bestimmt bewiesen. Mit der Tiefe eines Schachtes wächst oft die Beimischung radioaktiver Gase und infolgedessen steigt auch die Ionisation der Luft, die durch die obere Erdschicht diffundiert. Die Untersuchung der Ionisation der Bodengase, die Schwankungen dieser Ionisation und deren Ursachen haben längst die Aufmerksamkeit der Gelehrten angezogen. Ähnliche Arbeiten wurden außer von Elster und Geitel auch von Rutherford, Joli, Smith u. a. ausgeführt.

Die erhöhte Ionisation der Bodengase in Sibirien wurde zuerst von Prof. P. Orlow konstatiert in den Umgebungen des Sees Schira im Bergwerk „Julia" im Jahre 1907 und in Tomsk 1909—1913.

Zur Untersuchung der Ionisation der Bodengase wurde im Hofe der Universität in Tomsk im Jahre 1909 eine Grube angebracht, in die ein hölzerner Kasten plaziert wurde, versehen mit einem eisernen Rohre, das auf die Oberfläche der Erde reichte und mit einem Schraubendeckel geschlossen war. Der Kasten war 3 m tief eingegraben. Die daraus gepumpte Luft wurde durch eine Reihe von Trockenapparaten und eine Gasuhr zur Berechnung des Betrages der ausgepumpten Luft in ein Elektroskop von Elster und Geitel eingeführt, vermittelst dessen die Ionisation der Bodenluft nach der Abfallsgeschwindigkeit der Blättchen berechnet wurde. Folgende Tabelle (Tab. I) gibt die Resultate dieser Experimente, wobei die erste Zahlenreihe sich auf atmosphärische Luft bezieht; der Potentialverlust auf die Stunde umgerechnet, war als normale Elektrizitätszerstreuung des Elektroskops angenommen.

Diese Experimente zeigen, daß die Luft in der Tiefe von 3 m eine bedeutend erhöhte Ionisation besitzt infolge von Beimischung radioaktiver Emanationen, da beim Durchgang durch die Reihe von Trockenapparaten und durch Wasser keine Rekombination der Ionen erfolgte.

Hier wurde hauptsächlich die Radiumemanation in Betracht gezogen, da die induzierte Aktivität, die, wie sich zeigte, 259,8 Volt pro Stunde (Exp. 4) erreichte, nach 20 Stunden verschwunden war (Exp. 7).

Diese Beobachtungen wurden im Januar angestellt. Wenn man voraussetzt, daß die Ionisation der Bodenluft durch die Ansammlung von Radium- und Thoriumemanationen veranlaßt wird, so muß dieselbe in Sibirien im Winter, wo die oberen gefrorenen Erdschichten für Gase undurchgänglich werden, höher sein als im Sommer. Diese Voraussetzung wird auch durch die höhere Radioaktivität des Wassers der Flüsse im Winter bestätigt, z. B. das Wasser von Uschaika bei Tomsk erreicht im Winter 55,7—60,1 Volt auf 1 Stunde und im Sommer nur 18,0—23,0 Volt auf 1 Stunde und 1 Liter.

Tabelle I.

Reihenfolge d. Experimente	Datum	Tageszeit	Zeit in Minuten nach Einstellung d. Pumpens	Potentialverlust im Apparat auf 1 Std. in Volt	Potentialverlust auf 1 Std. mit Abzug d. Normalverlustes	Zahl der Schwingungen der Pumpe	Bemerkungen
1	4. I. 13	$13^h\,32'$	0′	9,8	—	100	Die Luft war von außen genommen
2	4. I. 13	$14^h\,09'$	0′	449,0	439,2	100	Die Luft aus dem Rohre von der Tiefe von 3 m
2	4. I. 13	$14^h\,09'$	9′	638,0	628,2	—	Kein weiteres Auspumpen unternommen
2	4. I. 13	$14^h\,09'$	19′	672,0	662,2	—	
3	4. I. 13	$14^h\,43'$	6′	784,0	774,2	noch 100	Weitere 100 Schwingungen ohne den Apparat zu öffnen
3	4. I. 13	$14^h\,43'$	12′	816,3	806,5	—	
4	4. I. 13	$15^h\,08'$	0′	269,6	259,8	100	Einpumpen atmosphärisch. Luft
5	4. I. 13	$15^h\,25'$	0′	154,8	145,0	noch 100	
6	4. I. 13	$15^h\,40'$	0′	157,2	147,4	noch 150	
7	5. I. 13	$12^h\,18'$	$20^h\,38'$	13,5	3,7		

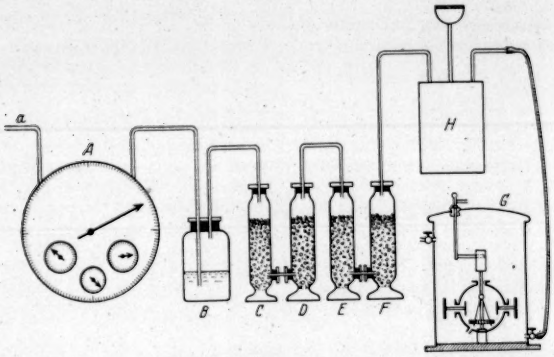

Fig. 1.

Außerdem ist der Luftdruck im Winter meistensteils höher als im Sommer, was auch dazu beitragen muß, daß die Diffusion der Gase aus der Erde in die Atmosphäre geringer wird.

Die Experimente von Prof. Orlow wurden von uns wiederholt und fortgeführt, wobei es uns gelang, im Laufe eines Jahres die Schwankungen der Ionisation der Bodengase zu verfolgen.

Auf demselben Platze wurde eine neue Anordnung angebracht. Ein neuer Kasten von der Kapazität von 1 m³ wurde 3 m tief eingegraben. Ein eisernes Rohr zum Auspumpen der Gase führte auf die Oberfläche und war gewöhnlich mit einem Schraubendeckel geschlossen. Das Rohr trat unter dem Fenster des Laboratoriums hervor, womit die Möglichkeit gegeben war, mit Hilfe eines Gummischlauchs die Gase in die Apparate des Laboratoriums zu leiten und die Arbeiten bei jedem Wetter anzustellen. Fig. 1 stellt das Schema der Apparatur dar.

Beim Auspumpen wurde der Schraubendeckel vom oben erwähnten eisernen Rohr entfernt und dasselbe durch einen großen Gummipfropfen mit einem abführenden Glasröhrchen verstopft, welches letzteres vermittels einer Reihe Gummischläuche und Glasröhrchen mit dem Röhrchen *a* verbunden war, und durch eine Öffnung im Fensterrahmen des Laboratoriums die Gase zu einer Gasuhr nach Krosley brachte zur Bestimmung der ausgepumpten Luftquantität. Durch die Ausgangsröhre der Gasuhr wurde dann das Gas zum Trocknen durch das Glasgefäß *B* mit konzentrierter Schwefelsäure geleitet und darauf durch eine Reihe von Zylindern: *C*— mit von konzentrierter Schwefelsäure an-

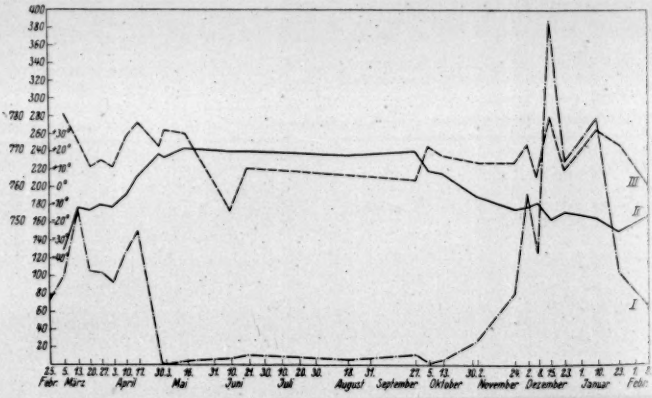

Fig. 2.

Tabelle II.

Reihenfolge der Experimente	Datum	Tageszeit	Quantum ausgepumpten Gases	Normale Zerstreuung des Elektroskops	Zerstreuung auf 1 Stunde mit Abzug der normalen	t^0 nach C	Druck nach dem Aneroid	
1	25. II. 27	$13^h\,14'$	7,06	9,0	26,7	—	—	Nach 100 Schwingungen in 5 Minuten
2	25. II. 27	$14^h\,12'$	14,06	—	74,7	—	—	
3	5. III. 27	$19^h\,13'$	3,00	20.4	102,2	-35^0	780,5	Nach 200 Schwingungen
4	13. III. 27	$19^h\,25'$	4,27	8.5	161,0	-12^0	773,0	
5	13. III. 27	$20^h\,05'$	20,00	—	175,2	-12^0	773.0	
6	20. III 27	$11^h\,15'$	20	18,0	105,6	-13^0	765,8	
7	27. III. 27	$11^h\,15'$	20	10,8	104,4	-10^0	765,5	
8	3. IV. 27	$11^h\,45'$	20	12,0	91,6	-11^0	767.5	
9	10. IV. 27	$10^h\,30'$	20	12,6	126,0	-5^0	774,0	
10	17. IV. 27	$12^h\,07'$	20	10,4	150,8	$+6^0$	778,0	Schnee noch in Menge; das Tauen nur im Anfang
11	30. IV. 27	$12^h\,00'$	20	12,8	2.0	$+18^0$	771,2	Schnee fast überall verschwunden, nur über dem Kasten ein kleiner Streifen. Auspumpen sehr schwierig
12	3. V. 27	$19^h\,30'$	20	10,6	0,9	$+17^0$	776,0	Schnee über dem Kasten aufgetaut, bleibt nur im Schatten längs der Hausmauer
13	16. V. 27	—	20	13.4	4.3	$+22^0$	775,0	Das Pumpen wird viel leichter
14	10. VI. 27	—	20	17,4	7,2	$+20^0$	753.5	
15	21. VI. 27	$12^h\,00'$	20	34.4	10,7	$+20^0$	765,5	
16	18. VIII. 27	$12^h\,03'$	20	12,8	4,8	$+18^0$	—	
17	27. IX. 27	$13^h\,58'$	20	25,1	11,5	$+20,5^0$	762,0	
18	5. X. 27	$15^h\,12'$	20	42,4	2,0	$+9,5^0$	771,5	
19	13. X. 27	$15^h\,45'$	20	38,2	6.4	$+8,0^0$	769,0	
20	2. XI. 27	$15^h\,50'$	20	30,2	27,0	-3^0	767,0	
21	24. XI. 27	$15^h\,38'$	20	32.8	81,8	-12^0	767,0	
22	2. XII. 27	$12^h\,19'$	20	73,2	193,8	$-10,5^0$	772,1	
23	8. XII. 27	$12^h\,06'$	20	50,2	129,2	$-9,0^0$	763,0	
24	15. XII. 27	$11^h\,14'$	20	37,2	388,8	-18^0	780.0	
25	23. XII. 27	$13^h\,53'$	20	42,4	228,8	-14^0	765,0	
26	10. I. 28	$13^h\,16'$	20	66,5	277,9	$-17,5^0$	776,0	
27	23. I. 28	$12^h\,53'$	20	23,0	104,7	-25^0	772,0	
28	8. II. 28	$12^h\,35'$	20	20,9	65,4	$-16,5^0$	760,0	

gefeuchteten Glasperlen; *D* — mit Natronkalk; *E* — mit Ätzkali und *F* — mit Chlorkalzium. Durch die Pumpe *H* wurde das Gas unter die Glocke des Apparates von Elster und Geitel (*G*) mit 2 Hähnen eingeführt, welcher vermittels Klemmen an einem angeschliffenen Untersatz befestigt war.

Vor dem Auspumpen wurde jedesmal der Normalverlust des Apparates bestimmt. Dazu diente ein Elektroskop Nr. 1988 von Günther und Tegetmeyer. Das Divergieren der Blättchen wurde nach 20—30 Minuten abgelesen und auf eine Stunde berechnet. Jedesmal wurden 20 Liter ausgepumpt.

Die Beobachtungen wurden von Fr. Marie Orlowa mit Beistand des Stud. N. Ljamin im März 1927 begonnen und von G. Hodalewitsch beendigt. Zu gleicher Zeit wurde die Temperatur der Luft und der Druck notiert. Tab. II bringt die Resultate unserer Beobachtungen.

Auf Grund dieser Tabelle sind die Kurven der Fig. 2 aufgebaut, wo auf der Abszissenachse die Daten der Versuche angebracht sind, auf der Koordinatenachse — die Abfallsgeschwindigkeit des Elektroskops in Volt, berechnet auf 1 Stunde und als Maß der Ionisation der Bodenluft dienend (Kurve I); weiter die Temperatur (Kurve II) und der Druck (Kurve III), so daß man die Schwankungen der Ionisationshöhe in Zusammenhang mit den Veränderungen der Temperatur und des Druckes mit der Zeit zu sehen bekommt.

Diese Beobachtungen bestätigen die Voraussetzung, daß die Ionisation der Bodengase im Winter höher sei. Wir sehen das Steigen der Kurve mit dem Höhepunkt Mitte Dezember, und zwei Minima: das erste im Frühjahr, wo das Auftauen der Schneedecke fast zu Ende war. Dabei geschah das Auspumpen des Bodengases mit großer Mühe, was sich vielleicht dadurch erklären läßt, daß der Boden zu dieser Zeit tief mit Wasser durchtränkt ist, die Kapillar-

zwischenräume des Bodens somit verstopft sind und die Gase durchs Wasser nicht in den Kasten diffundieren, aus dem sie gepumpt werden. Vielleicht auch, daß die Emanation, die sich vorher angesammelt hatte, durch die Untergrundsgewässer aufgelöst und in deren Bewegung entführt wurde; die Eisdecke, welche die Emanation bisher zurückhielt, war verschwunden, die obere Erdschicht ausgetrocknet und somit konnte die Emanation auch auf die Oberfläche diffundieren.

Das zweite Ionisationsminimum wurde im Oktober notiert, wenn der Boden infolge herbstlicher Regengüsse abermals mit Wasser durchtränkt ist. Besonders aber wird die Aufmerksamkeit angezogen durch den scharfen Abfall der Ionisation im Sommer und deren Steigen mit den ersten Frosttagen. Auf unserer Kurve sind diese Schwankungen viel schärfer ausgeprägt als auf derjenigen von Smith, was auch leicht erklärlich ist, wenn man den Unterschied der Wintertemperaturen Sibiriens und Englands bedenkt.

Die Kurve des Druckes, die überhaupt weniger zu Schwankungen geneigt ist, geht meistenteils der Ionisationskurve parallel; das Maximum beider fällt auf 15. Dezember, jedoch ist es nicht immer der Fall: so haben wir am 8. Februar das Gegenteil.

Zum Schluß noch einiges über die Ursachen der erhöhten Ionisation der Bodengase in Tomsk und deren Umgegend in Zusammenhang mit den Ortsbedingungen.

In der Umgegend von Tomsk sind die Gewässer von merklicher Radioaktivität, wie aus der kleinen Tabelle III zu sehen ist.

Merkbar höhere Aktivität besitzen kalkhaltige Quellen, die, wie es scheint, die Linien der Diabase begleiten, welche an einigen Stellen die Schiefer durchbrechen. Von allen bisher untersuchten Quellen besitzt die kalkhaltige Quelle im Dorfe Sawarsino, ungefähr 8 Kilometer von Tomsk, die meiste Aktivität: bis 33 Mache-Einh. Diese Quelle ist in der Umgegend bekannt und von den Einwohnern gegen ver-

Tabelle III.

Nr. der Versuche	Bezeichnung der Quellen	Radioaktivität in Mache-Einheiten
1	Quell „Tschachy" beim Dorfe Petuchowo	4,68
2	Quelle unweit der Mühle beim Dorfe Woronowo	4,13
3	Quelle unweit des Kalkofens bei Sawarsino	6,74
4	Quelle bei der „Unteren Pforte" in Sawarsino ergießt sich in die südliche Uschaika	2,89
5	Quelle am rechten Ufer der nördlichen Uschaika	3,23
6	Quelle „Dalnij Klutsch" in Tomsk	1,51
7	Sammelbrunnen bei der Universität in Tomsk	1,17
8	Quelle auf der Wiese von H. Kulikow in Sawarsino	9,07

Tabelle IV.

Datum	Untersuchungsobjekte	Radioaktivität auf 100 g und 1 Stunde in Volt	Apparat	Namen der Forscher
15. VII. 14	Kalktuff aus der Quelle bei Sawarsino	5,3	Engler und Sieveking	Prof. P. P. Orlow
14. VII. 14	Ocker aus dem Ufer der Uschaika	7,6	Engler und Sieveking	Fr. M. P. Orlowa
13. VII. 14	Schlamm aus der radioaktiven Quelle bei Sawarsino	25,2	Engler und Sieveking	Prof. P. P. Orlow
11. VIII. 14	Stücke von Eisenkonglomerat vom Ufer der Uschaika	40,2	Engler und Sieveking	Prof. P. P. Orlow
12. VIII. 14	Eisenhaltiger Zement aus dem Konglomerat	nicht aktiv		Prof. P. P. Orlow
15. VIII. 14	Eisenocker, ausgeschieden von einer Quelle	23,3	Engler und Sieveking	Prof. P. P. Orlow
12. II. 27	Eisenton vom Ufer der Uschaika nahe austretender Gasströme	5,0	Elster und Geitel	Studentin Tschernuschkina
10. II. 27	Tonerde von derselben Stelle	5,6	Elster und Geitel	Studentin Tschernuschkina
21. II. 27	Die oberste Erdschicht daselbst	nicht aktiv	Elster und Geitel	Studentin Tschernuschkina und Studentin Jermolowa

Tabelle V.

Bestimmung der Radioaktivität von Tonproben und andern Objekten aus den Schurfen im Hofe der Universität in Tomsk.

Nr. der Schurfe	Tiefe der Schicht von d. Oberfläche in Metern	Dicke der Schicht in Metern	Untersuchungsobjekte	Nr. in der Sammlung	Radioaktivität in Volt auf 100 g
2	0.00	0,53	Oberste Erdschicht mit Pflanzen	131	23,8
	0,53	1,59	Toniger Sand mit vermoderten Pflänzen vermischt	142	5,1
	2,13	0,84	Toniger Sand	190	1,1
	2,97	0,42	Fester hellgelber Ton	133	5,5
	3,73				
5	2,97	1,26	Hellgelber Ton	130	4,9
8	2,13	2,13	Dunkelgrauer Ton	161	5,2
10	5,32	2,13	Dunkelgraue sandige Erde mit Schichten weißen Tons	76	0,3
11	0,25	0,58	Feiner toniger Sand	102	3,3
	0,84	1,26	Sand	260	nicht aktiv
	2,13	0,21	Roter feiner Sand	44	nicht aktiv
	2,34	0.31	Roter grober Sand	164	2,9
	2,66	0,63	Grauer Sand		
	3,14	0,42	Hellgelber Ton, darunter weißer	160	17,0

schiedene Krankheiten benutzt. Von etwas erhöhter Aktivität sind auch die von dieser Quelle präzipitierten Tuffsteine, wie auch einige dortige Mineralien, die von den verschiedenen Forschern untersucht worden sind. Dasselbe kann man auch von einigen Proben Erde sagen, die bei Bohrungen im Hofe der Universität entnommen wurden. Letztere Untersuchungen von lufttrockenen Proben wurden von Fr. Marie Orlowa 1928 ausgeführt und die Ergebnisse in Tabelle IV berichtet.

Alle von uns angeführten Beobachtungen, die eine merkliche Aktivität der Gewässer, Bodensätze und einiger Gesteine bestätigen, geben somit auch die Erklärung der Ionisation der Erdgase. Freilich ist die eigentliche Ursache dieser Aktivität bisher doch nicht festgestellt, da keine radioaktiven Erze oder Mineralien gefunden sind[1]).

Die von uns mehr oder weniger systematisch ausgeführten Bestimmungen der Ionisation der Erdgase in Tosmk zeigten deren scharfes Schwanken zwischen Winter- und Sommerzeit mit beständigem Steigen im Winter. Die gewissermaßen kleine Zahl der Beobachtungen erlaubt noch nicht absolute Schlüsse zu ziehen und gewiß ist ein einziges Jahr Untersuchungen und an einem einzigen Orte ungenügend, um im allgemeinen auf den Gang der Ionisationsschwankungen in ganz Sibirien zu schließen. Es wäre daher wünschenswert, solche Beobachtungen in Tomsk fortzuführen und an anderen Orten Sibiriens zu unternehmen, um die von uns erhobene Frage zu erleuchten, was von theoretischem, wie auch von praktischem Interesse sein dürfte.

(Eingegangen 15. März 1930.)

1) Nur Prof. P. Drawert fand nach einer persönlichen Mitteilung in den Diabasen nahe Tomsk das Mineral Sordawalit, das in seiner Wirkung auf eine Photoplatte sich als radioaktiv erwies.

Thomsoneffekt in Metallkristallen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Heinz Verleger.

L. A. Ware[1]) berichtete vor der American Physical Society, über den Thomsoneffekt in Zinkkristallen. Der Verfasser gibt die erhaltenen Werte bei 49,5° C und 125° C an und macht die Feststellung, daß bei wachsender Temperatur der Thomson-Koeffizient bei weitem steiler ansteigt, wie es Messungen an polykristallinen Metallproben desselben Metalls gezeigt haben.

Im folgenden soll eine kurze Mitteilung über die seit etwa einem Jahr im hiesigen Institut erhaltenen Resultate gegeben werden.

Der Thomsoneffekt wurde bisher an Zinkeinkristallstäben mit den Orientierungen $\varphi = 88°$; $\varphi = 72°$; $\varphi = 55°$ gemessen, wobei φ den Winkel zwischen der Stabachse und der Hauptkristallachse darstellt.

Benutzt wurde die Lechersche Versuchsanordnung[2]), wie sie von Cermak[3]) abgeändert und beschrieben worden ist.

Dabei ergeben sich für die einzelnen Temperaturen folgende Mittelwerte des Thomsoneffektes.

$\varphi = 88°$		$\varphi = 72°$		$\varphi = 55°$	
Temperatur in ° C	Thomsoneffekt in Gr. kal. 10^{-7}	Temperatur in ° C	Thomsoneffekt in Gr. kal. 10^{-7}	Temperatur in ° C	Thomsoneffekt in Gr. kal. 10^{-7}
94	5,35	75	4,76	88	4,63
157	5,55	169	5,33	158	4,96
259	6,22	255	5,70	252	5,22
343	6,32	362	6,11	346	5,52

Daraus würden sich für $\sigma_\perp$ und $\sigma_\parallel$, unter Voraussetzung der Gültigkeit der Voigtschen Vektorformel[4])

$$\sigma\varphi = \sigma_\parallel \cos^2\varphi + \sigma_\perp \sin^2\varphi$$

folgende Werte ergeben:

Temperatur in ° C	$\sigma_\perp$	$\sigma_\parallel$
100	$5{,}6 \cdot 10^{-7}$	$3{,}05 \cdot 10^{-7}$
200	6,05	3,43
300	6,45	3,72
400	6,80	3,95

Herr Ware findet bei 49,5° C einen Wert für $\sigma_\perp = 9{,}8 \cdot 10^{-7}$ und für $\sigma_\parallel = 3{,}8 \cdot 10^{-7}$. Bei 125° C, $\sigma_\perp = 20{,}9 \cdot 10^{-7}$ und $\sigma_\parallel = 10{,}8 \cdot 10^{-7}$. Der absolute Betrag dieser Werte weicht der Größenordnung nach nicht allzusehr von den meinen ab, auffallend ist nur der steile Anstieg von σ mit T bei Ware, der sich bei meinen Messungen nicht findet und auch seinerzeit von Cermak am Polykristall nicht gefunden worden ist.

Da es bei der angeführten Versuchsanordnung zur Bestimmung des absoluten Betrages des Thomsoneffektes erforderlich ist, den Joule-effekt in Grammkalorien zu kennen, war es notwendig, den Widerstand der verschieden orientierten Kristallstäbe zu messen. Doch darüber soll nach Beendigung dieser Arbeit ausführlich berichtet werden.

Der Thomsoneffekt wird noch an Kristallstäben mit größerem Winkel bestimmt werden, außerdem ist beabsichtigt, die Messungen auf andere Metalle auszudehnen. Erwähnen möchte ich, daß von Herrn Stütz im hiesigen Institut auch die Messung der Thermokräfte und des Peltiereffektes an Zinkeinkristallen seit einiger Zeit in Angriff genommen worden ist.

Physikalisches Institut der Universität Gießen.

(Eingegangen 16. Mai 1930.)

1) Ware, The Physical Review **35**, 667, 1930.
2) Lecher, Ann. der Physik **19**, 853, 1906.
3) Cermak, Ann. der Physik **33**, 1195, 1910.
4) Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik.

Über die Änderung der elektromotorischen Kraft des Zinks unter der Einwirkung des Lichtes.

Von A. Schükarew und L. Wereschthagin.

Neuerdings haben wir beobachtet, daß metallisches Zink seine elektromotorische Kraft in *KCl*-Lösung gegen die Normalkalomelelektrode nach vorheriger Belichtung im trockenen Zustande ändert. Das Zink war in der Dunkelkammer in Stäbchen gegossen, die während der Belichtung im Strahlengang rotierten. Folgende Tabelle gibt die Abhängigkeit des Effektes von der Wellenlänge.

λ	vor Belichtung	nach Belichtung	ΔV
700 $m\mu$	1,106 Volt	1,114 Volt	8 mV
590 „	1,108 „	1,119 „	11 „
540 „	1,103 „	1,107 „	4 „
495 „	1,118 „	1,124 „	6 „

Diese Arbeit wird weiter fortgeführt.

Charkow, 5. April 1930. Ukrainische Hauptkammer für Gewicht und Maß.

(Eingegangen 3. Mai 1930.)

BESPRECHUNGEN.

Hermann Steuding, Messung mechanischer Schwingungen. Unter Mitarbeit von Hugo Steuding. Herausgegeben im Auftrage des Schwingungsausschusses des Vereins deutscher Ingenieure von W. Hort. Din A 5. XII und 500 S. Mit 450 Abb. Berlin 1928. VDI-Verlag G. m. b. H. Geb. RM 28.—.

Über die Messung mechanischer Schwingungen ist, namentlich in den letzten 20 Jahren, eine umfangreiche Literatur entstanden, die nicht nur für den Ingenieur, sondern auch für den Physiker von hohem Interesse ist. Der Verfasser hat es unternommen, über diese Arbeiten kritisch zu berichten. Das Literaturverzeichnis (1402 Nummern mit Angabe des Gegenstandes) ist an sich schon bemerkenswert, denn es war bisher ziemlich schwierig, sich über diese Methoden gründlich zu orientieren. Bei der Bearbeitung hat naturgemäß die Einteilung des Stoffes etwas Schwierigkeiten verursacht. Gewählt wurde eine Darstellung, die sich zunächst den Anwendungsgebieten der Methoden anschließt, im einzelnen aber eine Unterteilung nach den zugrunde liegenden physikalischen Gedanken anstrebt. Nach kurzen theoretischen Vorbemerkungen über die in Betracht kommenden Schwingungsvorgänge werden (II) die seismometrischen Verfahren behandelt: zuerst die physikalischen Apparate (Horizontal- und Vertikalpendel, Klinographen), sodann die technischen Erschütterungsmesser, wie z. B. der Schlicksche Pallograph, der Vibrograph von Geiger usw. Die Darstellung geht individuell auf Theorie und Konstruktion ein und ermöglicht durch gute Literaturhinweise eingehendes Studium. In dieser Hinsicht ist das Buch überhaupt vorteilhaft angelegt. Daß die allgemeine Theorie der Apparate und Methoden (III) und ein Kapitel (IV) über Registriervorrichtungen und Chronographen nicht an den Anfang gestellt wurden, wird durch die Ausnahmestellung der Verfahren unter II begründet. Die in III gegebenen allgemeinen Betrachtungen werden in ihrer knappen Zusammenstellung manchem Physiker recht angenehm sein. In Kapitel V: Verfahren und Apparate aus der Physiologie und Biologie findet man eine sehr willkommene Zusammenstellung von Methoden, deren Literatur dem Physiker meist weniger bekannt ist (Z. B. Sphygmographen, (Blutdruck), Manometer, Plethysmographen, Elektrotonographen und -kardiographen). VI bringt akustische Verfahren, bezüglich deren hier nur bemerkt sei, daß die Behandlung auch für den interessant ist, der die maßgebenden neueren Referate über diesen Gegenstand kennt. Man findet gute Figuren und treffsichere theoretische Charakterisierungen und sehr viel Literatur. Abschnitt VII ist den Torsions- und Dehnungsmessern gewidmet. Eine Fülle von modernen technischen Methoden wird mit bemerkenswertem Geschick (Abb.) dargestellt. Der Physiker findet hier viel Anregung für experimentelle Ziele. Mechanische, optische und elektrische Torsionsindikatoren sowie Spannungs- und Dehnungsmesser verschiedenster Prinzipien sind übersichtlich und so, daß man sich ohne allzuviel Zeitaufwand wirklich orientieren kann, behandelt. Wahl und Ausführung der Figuren sind vorzüglich. Dies gilt auch von Kapitel VIII: Messung periodischer Vorgänge im allgemeinen Maschinenbau. Die mechanischen und optischen Verfahren zur Messung des Ungleichförmigkeitsgrades bieten theoretisch wie konstruktiv viel Interessantes. Das letzte Kapitel ist den Indikatoren im engeren Sinne gewidmet, — einem Gebiete, das bekanntlich weitgehend durchgearbeitet ist. Zusammenfassend ist zu sagen, daß es sich bei dem vorliegenden Buche um eine grundlegende sorgfältige Bearbeitung handelt, die in vieler Beziehung vorbildlich ist und bei dem heutigen innigen Kontakt zwischen Physik und Technik der Beachtung des Physikers angelegentlich empfohlen werden muß.

H. Hörig.

Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie. Systemnummer 59: Eisen, Teil B: Die Verbindungen des Eisens, Lieferung 1 und 2. Gr.-8°. XV u. 512 S. Mit 37 Fig. 8. Aufl. Berlin. Verlag Chemie G. m. b. H. RM 46.— und RM 32.—, Subskrip. RM 36.— und RM 25.—. Teil A: Das reine Eisen, Lieferung 2. Gr.-8°. III u. 87 S. Mit 4 Fig. 8. Aufl. Berlin 1929. Verlag Chemie G. m. b. H. RM 13.50, Subskrip. RM 10.50.

Von den in letzter Zeit flott erscheinenden Fortsetzungen des großen Eisenwerkes des „Gmelin" seien an dieser Stelle zunächst die beiden ersten Lieferungen des Teiles B besprochen, der die Verbindungen des Eisens behandelt. Die beiden Lieferungen, aus Gründen rascheren Erscheinens getrennt, gehören inhaltlich völlig und ohne sachliche Grenze zusammen. Sie enthalten im wesentlichen die Behandlung der Systeme Eisen-Wasserstoff, Eisen-Sauerstoff, Eisen-Stickstoff, Eisen-Halogene, Eisen-Schwefel und von Eisen-Kohlenstoff die Carbide, Carbonyle und Carbonate. Der Abschnitt Eisen-Sauerstoff enthält u. a. in sehr übersichtlicher, gut illustrierter und auch technische Bedürfnisse berücksichtigender Form das Wassergas- und Kohlenoxyd-Gleichgewicht über den Eisenoxyden, weiter natürlich in gewohnter Gründlichkeit die Angaben über die Oxyde selbst. Die kolloidchemische Seite kommt hier ausführlich zum Wort. Entsprechend ist von den anderen, mehr der anorganischen Chemie im engeren Sinne zugehörigen Verbindungsklassen zu sagen, daß die Darstellung wieder deren Gesichtspunkte, auch die modernsten, soweit sie Tatsachen liefern, mit denen der physikalischen, analytischen und technischen Chemie zusammen zu einem ebenso übersichtlichen wie vollständigen Bild unseres Wissens vom Eisen verbindet, ein Lob, das diesem Werke gegenüber schon fast nicht mehr ausgesprochen zu werden braucht.

Die Lieferung des Teiles A, der Allgemeines und das reine Element behandelt, enthält die physikalischen und elektrochemischen Eigenschaften reinen Eisens. Unter den ersteren verdient insbesondere die ausführliche und sehr vielseitige Behandlung der Allotropieverhältnisse und der Strukturen des Elementes Beachtung, sowie die wichtigen spektroskopischen Daten. Der Teil „Elektrochemisches Verhalten", der der Einheitlichkeit wegen auch das Verhalten technischer Eisensorten umfaßt, enthält in der Hauptsache eine Potentialsammlung von Ketten mit Eisen- bzw. Stahlelektrode, wie sie in dieser Vollständigkeit (296 Ketten!) wohl noch nirgends vorliegt. G.-M. Schwab.

Clemens Schaefer, Einführung in die theoretische Physik. Zweiter Band. Theorie der Wärme. Molekular-kinetische Theorie der Materie. Gr.-8°. X und 660 S., m. 88 Figuren. 2., vermehrte und verbesserte Auflage. Berlin und Leipzig 1929. W. de Gruyter u. Co. RM 28.—, geb. RM 30.—.

Der zweite Band des „Schaefer" hat in seiner Neuauflage, gleich dem kürzlich an dieser Stelle besprochenen ersten, viele begrüßenswerte Verbesserungen und Ergänzungen erfahren; der Umfang des ausgezeichneten Buches ist dadurch um fast hundert Seiten angewachsen. Der Thermodynamik sind insbesondere einige Anwendungen der beiden Hauptsätze auf das technisch wichtige System Wasser-Wasserdampf hinzugefügt worden. Die wesentlichsten Veränderungen aber finden sich in der kinetischen Theorie. Bei den wahrscheinlichkeitstheoretischen Begriffen und Ansätzen ist die notwendige Scheidung der Erfahrungsgrundlagen oder ihnen gleichwertiger Voraussetzungen von den bloßen Rechengesetzen in vorteilhafter Weise zu Geltung gelangt. Die kinetische Gastheorie ist um die Realisierung des Gaußschen Fehlergesetzes am Galton-Brett, die neueren experimentellen Methoden zur direkten Bestimmung der Molekulargeschwindigkeiten und der mittleren freien Weglängen, endlich um eine nähere Erörterung der Knudsen-Strömungen bereichert worden. Für diese stärkere Bezugnahme auf das Experiment wird man gerade in einer Einführung in die theoretische Physik dankbar sein. Vielleicht ließe sie sich künftighin auf die reale Art der Wechselwirkung zwischen Gasmolekül und Gefäßwand ausdehnen, um das bedenkliche, für die Behandlung des Wärmegleichgewichtes ohnehin entbehrliche elastische Reflexionsgesetz auszuschalten. Die vorliegende Darstellung der Statistik ist durch eine konsequente Benutzung von Gewichtsfunktionen und Gewichtsfaktoren gekennzeichnet, sowie den wichtigen Hinweis auf die statistischen Wurzeln der fundamentalen Gleichsetzung von Zeit- und Scharmittelwerten. Angesichts der Unbestimmtheit des statistischen „Normalzustandes" in der klassischen und klassisch-quantentheoretischen Statistik ist der Ausweg gewählt worden, sowohl die Boltzmann-Planck'sche Wahl, wie auch den Hilbert-Enskog'schen Vorschlag einzuführen; eine zwangläufigere Darstellung wäre nur bei Vorwegnahme neuerer quantenstatistischer Erkenntnisse möglich gewesen und ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt, sowie dem bisherigen Aufbau des Werkes entsprechend, wohl noch mit Recht vermieden worden. Die neueren Quantenstatistiken sind dann am Schlusse des Bandes mit aller wünschenswerten Ausführlichkeit dargestellt. Von den statistischen Anwendungen sei die Neueinschaltung der direkten Berechnung der Entropiekonstante einatomiger Gase erwähnt; ferner die Revision der chemischen Konstanten, der aus den Rotationsspektren abgeleiteten molekularen Trägheitsmomente, der Theorie der spezifischen Wärme des Wasserstoffes. A. Smekal.

I. B. Hoag, Electron Physics. Gr.-8°. VIII u. 208 S. Mit 115 Fig. New York 1929. Van Nostrand Comp. Geb. 3 Dollar.

Dieses Buch gibt eine elementare Einführung in die Grundlagen der Elektronik und Radioaktivität, und zwar an Hand von Beschreibungen einzelner Versuche. Inhaltlich ist es entstanden aus Experimentalkursen, welche I. A. Dempster an der Universität in Chicago organisiert hat. Es behandelt z. B. Themen, wie die Bestimmung von Elektronenladung, und spezifischer Ladung, glühelektrische und lichtelektrische Emission, Durchgang von Elektronen durch Gase, Elektronenbeugung, Ionisierungsspannung, dann Einzelheiten aus der Radioaktivität, nämlich einige Haupteigenschaften und Nachweismethoden von radioaktiven Substanzen und ihrer Strahlungen. Im Anschluß daran folgen einige einfache Erklärungen und Experimente über Röntgenstrahlen. Hierzu kommt ein 40 Seiten langer Anhang über versuchstechnische Fragen, nämlich über Erzeugung und Messung von Hochvakuum und über die verschiedenen Arten von Elektroskopen und Elektrometern und deren Wirkungsweise.

Das Buch wird im akademischen Unterricht nicht nur für Studenten, sondern sogar auch für den Dozenten von größter Brauchbarkeit sein durch die vielen exakten Einzelangaben über die Experimente, so daß sich hiernach Praktikumsaufgaben und Demonstrationsexperimente einrichten und ausführen lassen, ferner durch ein Verzeichnis von 60 Denk- und Rechenaufgaben, welches dem Buch angefügt ist. Geradezu vorbildlich ist die einfache, klare und konkrete Darstellungsweise, durch die hier selbst ein Anfänger leicht in allermodernste Themen der Experimentalphysik eingeführt wird. Otto Klemperer.

Tagesereignisse.

Um die Sicherheit in der Benutzung des Vorschriftenbuches zu erhöhen, hat der **Verband Deutscher Elektrotechniker** nunmehr, und zwar bei der in diesem Jahre zum ersten Mal in seinem eigenen Verlag erfolgten Herausgabe des VDE-Vorschriftenbuches, eine Einrichtung getroffen, die als „Kleines Abonnement" bezeichnet wird und darin besteht, daß jeder Bezieher des Vorschriftenbuches auf seinen Wunsch, durch Ausfüllung einer, der Gesamtauflage des Vorschriftenbuches beigefügten Bestellkarte bei der Verlagsabteilung des VDE sämtliche Neuerscheinungen im Abonnement bestellen kann, durch die irgendwelche Änderungen in der Gültigkeit der im „Vorschriftenbuch" enthaltenen VDE-Bestimmungen eintreten.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Jena Dr. Heinrich Grell für Mathematik, an der Universität Graz Dr. E. Dadieu für Physikalische Chemie, an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Dr. Hans Tropsch für Chemie der Brennstoffe.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Bergakademie in Freiberg i. S. Dr. Gustav Aeckerlein zum ord. Professor für Physik und Radiumkunde daselbst (an Stelle des in den Ruhestand getretenen Professor Dr. Georg Brion).

Gestorben: Der Astronom Dr. Bertold Cohn in Straßburg.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.